7. Cuadripolos y amplificadores generalizados

Ing. Fernando Ubiría, Ing. Pedro Castro

7.1 Generadores independientes y dependientes

Los generadores ideales presentados hasta el momento, generan una tensión o corriente independiente del circuito al cual son conectados, por consiguiente se los llama *generadores independientes*.

Existen también generadores en los cuales, la magnitud de la tensión o corriente generada es función de alguna tensión o corriente presente en alguna otra parte del circuito. Los mismos son llamados *generadores dependientes*.

7.2 Cuadripolos

Los cuadripolos son redes eléctricas de dos puertas, son considerados como una ¨caja negra¨ y se los caracteriza mediante *parámetros* relacionados con las impedancias que presentan cada par de terminales y con su función de transferencia. Desde el punto de vista de las condiciones exteriores, los podemos sustituir por su circuito equivalente a fin de simplificar el análisis cuando calculamos su efecto en el resto del circuito. Los sentidos de las corrientes y tensiones de entrada y salida son arbitrarios, pero se utiliza normalmente la convención mostrada en la fig. 1, estando i_1 v_1 presentes a la entrada e i_2 v_2 a la salida. Siempre se debe cumplir que:

$$i_1 = i'_1$$

$$i_2 = i'_2$$

fig. 1

Una red que cumple dicha condición, es considerada un cuadripolo aún en el caso de que la puerta de entrada y la de salida tengan un terminal común.

En todo lo que sigue, se supondrá que la red está compuesta de elementos lineales y no contiene generadores independientes, sí puede contener generadores dependientes.

7.3 Funciones de transferencia

Las llamadas funciones de transferencia relacionan una de las magnitudes de salida con una de las de entrada y son particularmente útiles para analizar la conexión de cuadripolos en cascada. Son posibles 4 combinaciones diferentes, en las cuales el numerador es la respuesta y el denominador es alguna de las variables de entrada:

$$(1) \quad Av = \frac{v_2}{v_1} \quad \text{Amplificación de tensión}$$

$$(2) \quad Ai = \frac{i_2}{i_1} \quad \text{Amplificación de corriente}$$

$$(3) \quad Ztrsf = \frac{v_2}{i_1} \quad \text{Impedancia de transferencia}$$

$$(4) \quad Ytrsf = \frac{i_2}{v_1} \quad \text{Admitancia de transferencia}$$

Las funciones (1) y (2) no tienen magnitud, son la amplificación de tensión y corriente respectivamente. Si $A > 1$ es ganancia y si $A < 1$ es atenuación.

Las funciones (3) y (4) son la impedancia y la admitancia de transferencia respectivamente, así llamadas porque relacionan la corriente y la tensión de dos partes diferentes del circuito.

7.4 Parámetros de los cuadripolos

Para el cálculo de los cuadripolos (cálculos de corrientes y tensiones), se debe caracterizar al circuito mediante un sistema de ecuaciones simultáneas. A partir de dicho sistema de ecuaciones, podemos desarrollar un circuito equivalente. Tenemos dos corrientes y dos tensiones independientes, aunque dependientes entre sí. En general, podemos tomar dos cualquiera de ellas como variables dependientes y expresarlas en términos de las otras dos. Los circuitos equivalentes resultantes y los parámetros que relacionan a las variables dependen del par elegido como independiente. Cuando un parámetro relaciona una variable de la entrada con una de la salida, se lo representa en el circuito equivalente mediante un generador dependiente.

7.4.1 Parámetros Z

En los parámetros Z, las tensiones v_1 y v_2 son expresadas en función de las corrientes i_1 e i_2.

$$\begin{cases} v_1 = z_{11} \cdot i_1 + z_{12} \cdot i_2 \\ v_2 = z_{21} \cdot i_1 + z_{22} \cdot i_2 \end{cases}$$

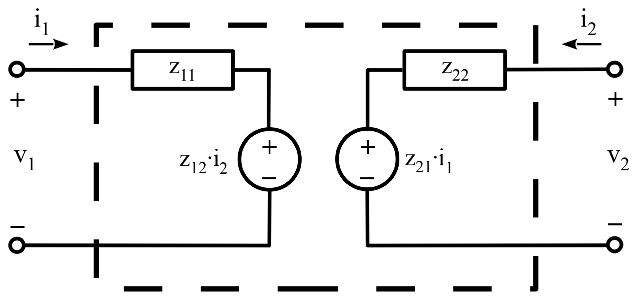

fig. 2

Matemáticamente podríamos calcular los parámetros desarrollando un sistema de ecuaciones, pero teniendo en cuenta que los parámetros son independientes de las corrientes, podemos igualar una de ellas a cero por vez y calcular el parámetro resultante.

$$z_{11} = \left. \frac{v_1}{i_1} \right|_{i_2=0} \qquad z_{12} = \left. \frac{v_1}{i_2} \right|_{i_1=0}$$

$$z_{21} = \left. \frac{v_2}{i_1} \right|_{i_2=0} \qquad z_{22} = \left. \frac{v_2}{i_2} \right|_{i_1=0}$$

z_{11} - Impedancia de entrada en circuito abierto

z_{12} - Impedancia de transferencia inversa en circuito abierto

z_{21} - Impedancia de transferencia directa en circuito abierto

z_{22} - Impedancia de salida en circuito abierto

Los parámetros Z se expresan en ohms. Se los utiliza principalmente para describir circuitos o elementos con baja impedancia de entrada y de salida. Esta particularidad se debe a que, para medir tensiones en circuitos o elementos de alta impedancia, son necesarios instrumentos de muy alta impedancia a fin de no interferir con la medición. Para frecuencias muy altas, el circuito abierto es mucho más difícil de lograr que el cortocircuito.

7.4.2 Parámetros Y

En los parámetros Y, las corrientes i_1 e i_2 son expresadas en función de las tensiones v_1 y v_2.

$$\begin{cases} i_1 = y_{11} \cdot v_1 + y_{12} \cdot v_2 \\ i_2 = y_{21} \cdot v_1 + y_{22} \cdot v_2 \end{cases}$$

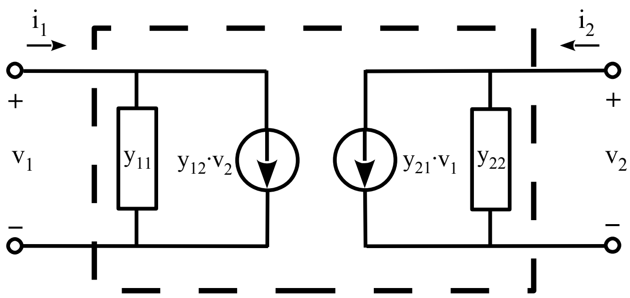

fig. 3

$$y_{11} = \left.\frac{i_1}{v_1}\right|_{v_2=0} \qquad y_{12} = \left.\frac{i_1}{v_2}\right|_{v_1=0}$$

$$y_{21} = \left.\frac{i_2}{v_1}\right|_{v_2=0} \qquad y_{22} = \left.\frac{i_2}{v_2}\right|_{v_1=0}$$

y_{11} - Admitancia de entrada en cortocircuito

y_{12} - Admitancia de transferencia inversa en cortocircuito

y_{21} - Admitancia de transferencia directa en cortocircuito

y_{22} - Admitancia de salida en cortocircuito

Los parámetros Y se expresan en mhos. Son mayoritariamente usados para representar circuitos o elementos con alta impedancia de entrada y de salida.

7.4.3 Parámetros H

En los parámetros H, las variables v_1 e i_2 son expresadas en función de las variables i_1 y v_2.

$$\begin{cases} v_1 = h_{11} \cdot i_1 + h_{12} \cdot v_2 \\ i_2 = h_{21} \cdot i_1 + h_{22} \cdot v_2 \end{cases}$$

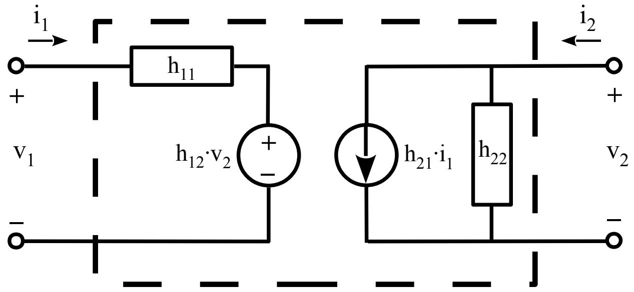

fig. 4

$$h_{11} = \left.\frac{v_1}{i_1}\right|_{v_2=0} \qquad h_{12} = \left.\frac{v_1}{v_2}\right|_{i_1=0}$$

$$h_{21} = \left.\frac{i_2}{i_1}\right|_{v_2=0} \qquad h_{22} = \left.\frac{i_2}{v_2}\right|_{i_1=0}$$

h_{11} - Impedancia de entrada en cortocircuito

h_{12} - Transferencia inversa de tensión en circuito abierto

h_{21} - Transferencia directa de corriente en cortocircuito

h_{22} - Admitancia de salida en circuito abierto

Los parámetros H son también llamados *parámetros híbridos*.

h_{11} se expresa en ohms, h_{22} en mhos, h_{12} y h_{21} son adimensionales.

Los parámetros H son ideales para representar al transistor bipolar en su configuración más común (emisor común), ya que el mismo presenta una impedancia de entrada baja y una impedancia de salida alta. Se pueden medir fácilmente tanto en frecuencias altas como bajas.

7.4.4 Parámetros G

En los parámetros G, las variables i_1 y v_2 son expresadas en función de las variables v_1 e i_2.

$$\begin{cases} i_1 = g_{11}\cdot v_1 + g_{12}\cdot i_2 \\ v_2 = g_{21}\cdot v_1 + g_{22}\cdot i_2 \end{cases}$$

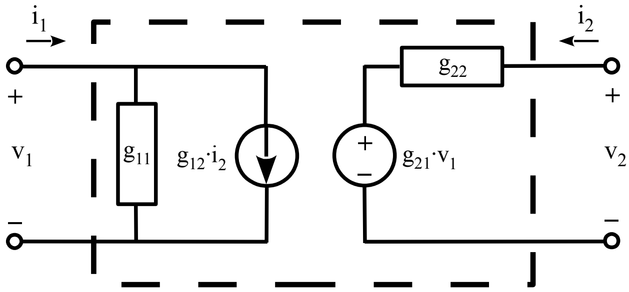

fig. 5

$$g_{11} = \left.\frac{i_1}{v_1}\right|_{i_2=0} \qquad g_{12} = \left.\frac{i_1}{i_2}\right|_{v_1=0}$$

$$g_{21} = \left.\frac{v_2}{v_1}\right|_{i_2=0} \qquad g_{22} = \left.\frac{v_2}{i_2}\right|_{v_1=0}$$

g_{11} - Admitancia de entrada en circuito abierto

g_{12} - Transferencia inversa de corriente en cortocircuito

g_{21} - Transferencia directa de tensión en circuito abierto

g_{22} - Impedancia de salida en cortocircuito

Los parámetros G son también llamados *parámetros híbridos inversos*.
g_{11} se expresa en mhos, g_{22} en ohms, g_{12} y g_{21} son adimensionales.

7.5 Amplificadores ideales

Presentaremos primero la idea del amplificador ideal para luego compararlo con los reales y juzgar entonces cuanto se diferencian unos de otros, a fin de perfeccionar el modelo equivalente.

Por su comportamiento, los amplificadores pueden clasificarse en amplificadores de tensión, corriente o potencia. En un amplificador ideal, la señal de entrada es independiente de la carga y la ganancia de potencia infinita.

7.5.1 Amplificador ideal de tensión

Se desea lograr una amplificación de tensión Av, teniendo además una ganancia de potencia G = ∞. Para lograr tal ganancia de potencia, es necesario que la potencia de entrada $P_1 = 0$, como $v_1 \neq 0 \Rightarrow i_1 = 0$, por lo cual la impedancia de entrada debe ser infinita. En la fig. 7 vemos el circuito equivalente resultante.

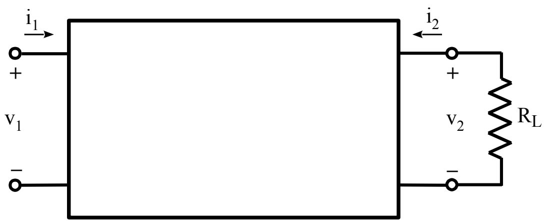

fig. 6

$$Av = \frac{v_2}{v_1} = \mu$$

$$G = \infty \;\Rightarrow\; \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{0}$$

$$P_1 = v_1 \cdot i_1 = 0 \;\Rightarrow\; i_1 = 0$$

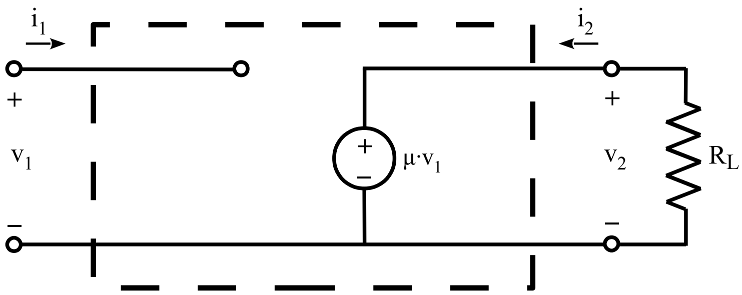

fig. 7

En ciertos casos, el generador está invertido y tenemos entonces un defasaje de 180° entre v_1 y v_2.

$$v_2 = -\mu \cdot v_1$$

$$Av = \frac{v_2}{v_1} = -\mu$$

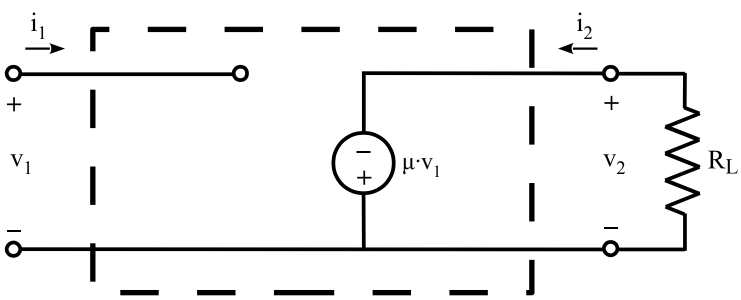

fig. 8

Calcularemos ahora la amplificación total de tensión de varios amplificadores conectados en *cascada* (fig. 9).

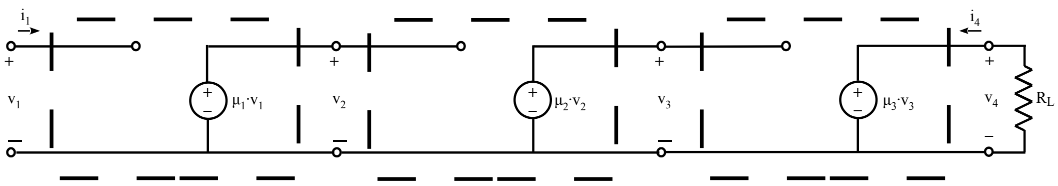

fig. 9

$$v_4 = \mu_3 \cdot v_3$$

$$v_3 = \mu_2 \cdot v_2 \quad \Rightarrow \quad Av = \frac{v_4}{v_1} = \mu_1 \cdot \mu_2 \cdot \mu_3$$

$$v_2 = \mu_1 \cdot v_1$$

Generalizando para **n** etapas amplificadoras: $Av(n) = \mu_1 \cdot \mu_2 \cdot .... \cdot \mu_{n-1} \cdot \mu_n$

7.5.2 Amplificador ideal de corriente

Se desea logra una amplificación de corriente Ai, teniendo además una ganancia de potencia G = ∞. Para lograr tal ganancia de potencia, es necesario que la potencia de entrada $P_1 = 0$, como $i_1 \neq 0 \Rightarrow v_1 = 0$, por lo cual la impedancia de entrada debe ser cero. En la fig. 11 vemos el circuito equivalente resultante.

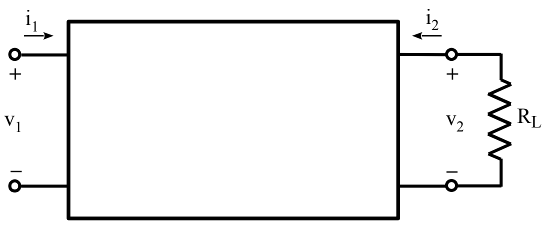

fig. 10

$$Ai = \frac{i_2}{i_1} = \alpha$$

$$G = \infty \;\Rightarrow\; \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{0}$$

$$P_1 = v_1 \cdot i_1 = 0 \;\Rightarrow\; v_1 = 0$$

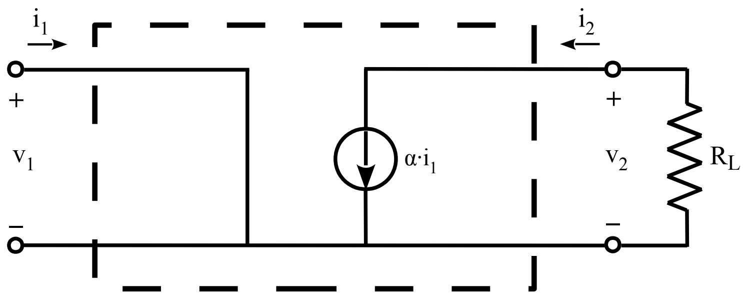

fig. 11

En ciertos casos, el generador queda invertido y entonces tenemos un defasaje de 180° entre i_1 e i_2.

$$i_2 = -\alpha \cdot i_1$$

$$Ai = \frac{i_2}{i_1} = -\alpha$$

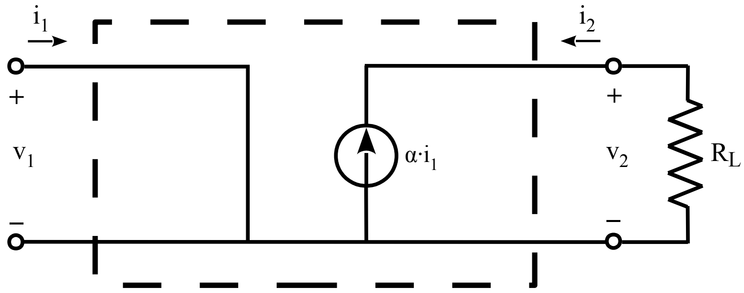

fig. 12

Calcularemos ahora la amplificación total de corriente de varios amplificadores conectados en *cascada* (fig. 13). Respecto a la relación de fase, préstese atención a la polaridad de los generadores controlados y al sentido de las corrientes que los controlan.

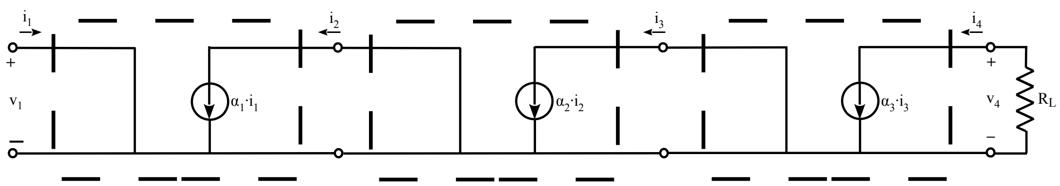

fig. 13

$$i_4 = \alpha_3 \cdot i_3$$

$$i_3 = \alpha_2 \cdot i_2 \qquad \Rightarrow \qquad Ai = \frac{i_4}{i_1} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3$$

$$i_2 = \alpha_1 \cdot i_1$$

Generalizando para **n** etapas amplificadoras: $Ai(n) = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot .... \cdot \alpha_{n-1} \cdot \alpha_n$

7.6 Amplificadores no ideales

Debido tanto a las características físicas de los dispositivos activos como a la circuitería asociada que requieren para su funcionamiento, los amplificadores reales difieren de los ideales en varios puntos, dos de ellos son:

a) Presentan una impedancia de entrada finita y mayor que 0, es decir que la potencia de entrada no es cero y la ganancia de potencia no es infinita.

b) No toda la potencia de salida es disipada en la carga, sino que parte de la misma es perdida en el amplificador.

Para representar estas dos características, agregaremos dos impedancias al modelo equivalente, una de ellas en la entrada y la otra en la salida. Bajo las condiciones de funcionamiento en que usaremos nuestro modelo equivalente, podemos considerar que dichas impedancias son reales, o sea resistencias ohmicas puras. En un capítulo posterior veremos como tratar los elementos reactivos, cuando estos existan.

Analizaremos entonces el efecto de R_i y R_o sobre la amplificación de tensión y corriente y la ganancia de potencia.

7.6.1 Amplificador no ideal de tensión

En este caso, como el amplificador tiene una impedancia de salida distinta de cero, la representaremos mediante la resistencia R_o en serie con el generador dependiente. Tendremos entonces a la salida un divisor de tensión y la amplificación de tensión Av será:

$$v_2 = -\frac{\mu \cdot v_1 \cdot R_L}{R_o + R_L}$$

$$Av = \frac{v_2}{v_1} = -\frac{\mu \cdot R_L}{R_o + R_L}$$

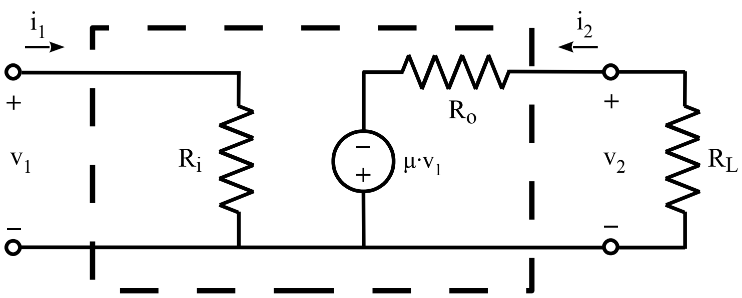

fig. 14

La impedancia de entrada finita la representaremos mediante la resistencia R_i, sobre la cual se disipará la potencia de entrada P_1 :

$$P_1 = v_1 \cdot i_1 = \frac{v_1^2}{R_i}$$

$$P_2 = v_2 \cdot i_2 = \frac{v_2^2}{R_L}$$

$$\Rightarrow \quad G = \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_2^2 \cdot R_i}{V_1^2 \cdot R_L} = A_v^2 \frac{R_i}{R_L}$$

7.6.2 Amplificador no ideal de corriente

En este caso, como el amplificador tiene una impedancia de salida finita, la representaremos mediante la resistencia R_o en paralelo con el generador dependiente. Por ser más cómodo trabajaremos con las conductancias. Tendremos entonces a la salida un divisor de corriente y la amplificación de corriente Ai será:

$$i_2 = \frac{\alpha \cdot i_1 \cdot G_L}{G_o + G_L}$$

$$Ai = \frac{i_2}{i_1} = \frac{\alpha \cdot G_L}{G_o + G_L}$$

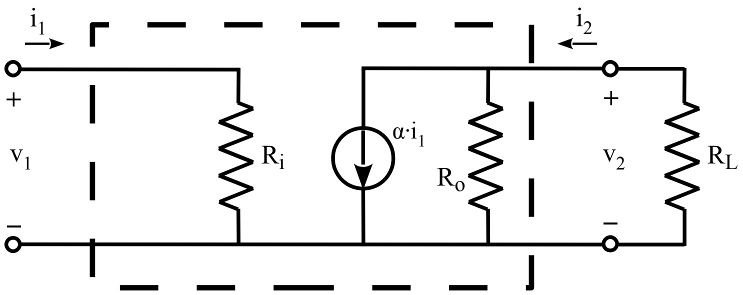

fig. 15

Sustituyendo en la fórmula de Av la expresión encontrada para Ai, obtenemos:

$$Av = \frac{v_2}{v_1} = -\frac{i_2 \cdot R_L}{i_1 \cdot R_i} = -\frac{\alpha}{R_i (G_o + G_L)}$$

La impedancia de entrada distinta de cero la representaremos mediante la resistencia R_i. La ganancia de potencia será entonces:

$$G = \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_2^2 \cdot R_i}{V_1^2 \cdot R_L} = A_v^2 \frac{R_i}{R_L}$$

Ejemplo numérico

En el amplificador de la fig. 16, calcular la ganancia total de tensión Av_T.

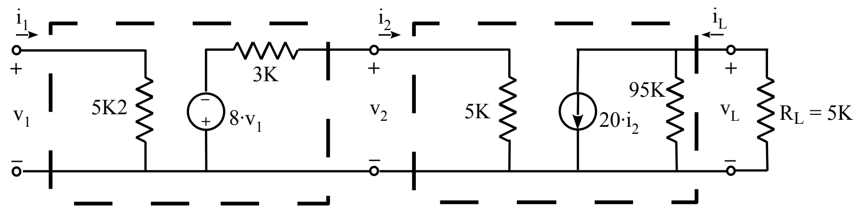

fig. 16

Tenemos dos etapas conectadas en cascada, la primera es un amplificador de tensión y la segunda un amplificador de corriente.

El cálculo de Av_1 surge directamente del estudio del amplificador no ideal de tensión:

$$Av_1 = \frac{v_2}{v_1} = -\frac{8 \cdot 5K}{5K + 3K} = -5$$

Para el cálculo de Av_2, podríamos optar por aplicar directamente la fórmula de ganancia de tensión del amplificador no ideal de corriente. Sin embargo, para que quede más claro el procedimiento, lo que haremos será calcular primero la tensión de salida V_L en función de i_2 y la tensión de entrada v_2 también en función de i_2 y haremos luego el cociente:

$$v_L = -20 \cdot i_2 \frac{95K \cdot 5K}{95K + 5K} = -i_2 \cdot 95K \qquad \Rightarrow Av_2 = \frac{v_L}{v_2} = -\frac{i_2 \cdot 95K}{i_2 \cdot 5K} = -19$$

$$v_2 = i_2 \cdot 5K$$

Siendo finalmente Av_T el producto de Av_1 y Av_2 :

$$Av_T = \frac{v_L}{v_1} = Av_1 \cdot Av_2 = (-5)(-19) = 95$$

7.6.3 Dependencia del circuito de entrada respecto de la salida

Hasta el momento, seguimos manteniendo una característica de los amplificadores ideales: la independencia del circuito de entrada respecto de la salida. En los amplificadores reales, tal independencia no existe. Anteriormente en el estudio de los cuadripolos, representamos por medio de 4 circuitos equivalentes las interdependencias de las 4 variables, i_1, v_1, i_2, v_2. En los casos en que la influencia de la salida sobre la entrada no sea despreciable, podemos recurrir a dichos circuitos equivalentes para representar al amplificador.

Calcularemos ahora la amplificación de tensión Av y la de corriente Ai para el circuito equivalente de los parámetros **H** (fig. 17), dejando como ejercicio para el estudiante el hacerlo con los otros modelos.

$$v_2 = -\frac{h_{21} \cdot i_1}{h_{22} + G_L}$$

$$i_1 = \frac{v_1 - h_{12} \cdot v_2}{h_{11}}$$

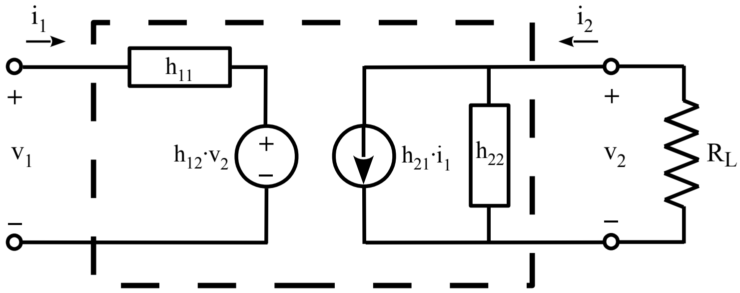

fig. 17

sustituyendo i_1

$$\Rightarrow \; v_2 = -\frac{h_{21}}{h_{22} + G_L} \cdot \frac{v_1 - h_{12} \cdot v_2}{h_{11}} \qquad \Rightarrow \; Av = \frac{v_2}{v_1} = -\frac{h_{21}}{h_{11}(h_{22} + G_L) - h_{21} \cdot h_{12}}$$

Ahora calcularemos Ai:

$$i_2 = h_{21} \cdot i_1 - h_{22} \cdot v_2 \quad y \quad v_2 = -i_2 \cdot R_L \qquad \Rightarrow \; i_2 = h_{21} \cdot i_1 + h_{22} \cdot R_L \cdot i_2$$

Despejando i_2 y sustituyéndolo en la definición de Ai :

$$\Rightarrow \; Ai = \frac{i_2}{i_1} = \frac{h_{21}}{1 - h_{22} \cdot R_L}$$

7.7 El decibel

El decibel tiene su origen histórico en los métodos usados para cuantificar la pérdida de señal en un cable telefónico.

Expresa una relación de potencias y se lo definió de manera que 1 dB fuera aprox. la pérdida de potencia en una milla de cable telefónico standard.

$$G_{dB} = 10 \log \frac{P_o}{P_i}$$

Por ser una escala logarítmica, se corresponde bien con la percepción humana del nivel de sonido y de la intensidad de la luz, permite representar convenientemente números muy grandes o muy chicos y en el caso de amplificadores conectados en cascada, la ganancia de potencia será la suma de las ganancias individuales de cada etapa. Es de hacer notar que en caso de haber atenuación, el resultado será una cifra negativa.

Por supuesto, existe una unidad llamada Bel que equivale a 10 dB, pero es poco práctica y no se la usa.

Veremos ahora la relación entre la G_{dB} y las tensiones e impedancias de entrada y salida en nuestro amplificador no ideal de tensión (fig. 14):

$$G_{dB} = 10 \log \frac{P_o}{P_i} = 10 \log \frac{V_2^{\,2} \cdot R_i}{V_1^{\,2} \cdot R_L} = 10 \log A_v^{\,2} \frac{R_i}{R_L} = 20 \log |A_v| + 10 \log \frac{R_i}{R_L}$$

A partir de este desarrollo, pasaremos a definir la amplificación de tensión en decibeles Av_{dB} como:

$$Av_{dB} = 20 \log \left| \frac{V_o}{V_i} \right|$$

Por ser el dB una relación entre potencias, no se lo puede usar para expresar una potencia en forma absoluta. Lo que sí se puede hacer, es establecer una potencia dada medida bajo ciertas condiciones como referencia y expresar otras potencias en función de ella.

dBm

Se define el nivel de referencia **0 dBm** como una potencia de 1 mW disipada sobre una resistencia de 600 Ω . Este es el nivel de potencia que se puede transmitir a través de una línea telefónica standard de 600 Ω , produciendo un mínimo de interferencia con las líneas adyacentes y manteniendo una buena relación señal/ruido (SNR).

Esto implica una tensión eficaz aplicada : $V_{RMS} = \sqrt{600\,\Omega \cdot 1\,\text{mW}} \approx 0{,}7746\ \text{V}$

Podemos entonces comparar cualquier potencia con 1 mW y expresarla en forma absoluta en dBm.

$$P_{dBm} = 10\log\frac{P}{1\,\text{mW}} = 20\log\frac{V_{RMS}}{0{,}7746\,\text{V}} + 10\log\frac{600\,\Omega}{R}$$

Existen multímetros en cuyas escalas se puede leer directamente el primer término, si R tiene un valor distinto a 600 Ω , se debe corregir el valor medido sumando el segundo término.

Los equipos de audio modernos suelen tener una impedancia de salida de entre 100 y 600 Ω , mientras que la impedancia de entrada suele estar entre 10 y 200 K. Esto llevó a definir niveles de tensión de referencia, independientemente del valor de la impedancia de carga.

dBu (decibel unloaded)

Se define el nivel de referencia **0 dBu** como el correspondiente a una tensión AC de 0,7746 V RMS

dBV

Se define el nivel de referencia **0 dBV** como el correspondiente a una tensión senoidal de 1V RMS

Nivel de línea

Es el nivel de señal especificado para la transmisión de una señal analógica de audio entre equipos. Para uso doméstico, el nivel de línea es de – 10 dBV, mientras que para uso profesional se adoptó + 4 dBu (+ 6 dBu en Alemania).

Nivel de línea	dBu	Tensión RMS	dBV
Estudio	+ 4	1,228 V	+ 1,78
Doméstico	– 7,78	316 mV	– 10

Ejemplo numérico

En el ejemplo de la fig. 16, calcular: a) Av_{TdB}, b) Si se excita al amplificador con un generador de tensión que entrega una tensión eficaz de 100mV en circuito abierto y Rg = 4K8, calcular P_L en dBm.

a) $Av_{TdB} = 20 \log |Av_T| = 20 \log 95 = 39{,}55$ dB

b) Calcularemos primero la tensión de entrada v_1 y luego la de salida v_L

$$v_1 = \frac{100\,mV \cdot 5{,}2\,K}{4{,}8\,K + 5{,}2\,K} = 52\,mV \qquad \Rightarrow \quad v_L = v_1 \cdot Av = 52mV \cdot 95 = 4{,}94\,V$$

calcularemos ahora la potencia de salida en W para luego aplicar la definición y calcularla en dBm :

$$P_L = \frac{{v_L}^2}{R_L} = \frac{4{,}94\,V^2}{5K} = 4{,}88\,mW \qquad \Rightarrow P_{LdBm} = 10 \log \frac{4{,}88\,mW}{1\,mW} = 6{,}88\,dBm$$

Bibliografía

John. D. Ryder, Electrónica – Fundamentos y Aplicaciones

Glenn. Ballou, Handbook for Sound Engineers