

12. Transistor bipolar - BJT

Ing. Fernando Ubiría, Ing. Pedro Castro

12.1 Principio de funcionamiento ¹

Consideremos el circuito de la fig. 1, la unión está polarizada inversamente y la corriente i_C es esencialmente idéntica a la corriente inversa de saturación I_S . A causa de la polarización inversa, la corriente de recombinación (huecos del material P al N y electrones del N al P) es despreciable en comparación con I_S . Las variaciones moderadas de V_{CC} y R_L no tienen efecto apreciable sobre i_C , pues I_S está formada por portadores minoritarios (electrones en el material P y huecos en el N) que dependen de la temperatura.

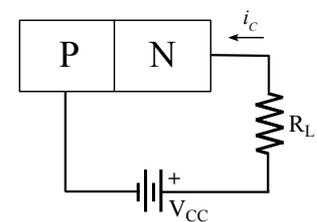


fig. 1

Supongamos que podemos inyectar de algún modo en el mat. P una corriente de e^- controlada por una señal procedente de cualquier parte. Algunos de estos e^- se recombinarán con huecos en el mat. P. Los e^- que en vez de recombinarse se aproximen a la unión, experimentarán la acción de un campo eléctrico que los acelerará a través de dicha unión lo mismo que a los e^- generados térmicamente. Como la unión está polarizada inversamente, estos electrones parecerán emanar de una fuente con impedancia alta o de corriente constante.

Para obtener este flujo controlado de electrones, recurriremos a la disposición de la fig. 2. Recordemos que en un diodo polarizado directamente, la altura de la barrera es pequeña y la mayor parte de la

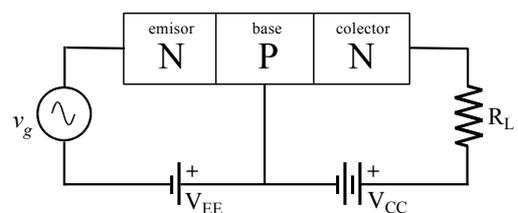


fig. 2

¹ Extractado del cap. 3 de: Phillip Cutler, Análisis de Circuitos con Semiconductores

corriente en la unión se debe a la recombinación de los e^- del material N al P con los huecos del material P al N. Formamos entonces otra unión en el otro lado del material P, de modo que éste quede emparedado entre los dos materiales N. La nueva región se hace de material tipo N muy dopado (rico en e^-) y se llama *Emisor*, pues su misión es emitir e^- sobre la región P intermedia. La región P intermedia se llama *Base*. La otra región N asociada con la unión polarizada inversamente se llama *Colector*, porque su misión es recoger los portadores de carga que el emisor inyecta en la base. A la unión E-B se la llama *diodo de emisor* y a la unión C-B *diodo de colector*. El diodo de emisor se polariza directamente. Como en un diodo polarizado directamente una pequeña variación de tensión provoca una gran variación de corriente, una pequeña variación de v_g producirá una gran variación en la corriente del diodo de emisor. Como la mayor parte de la corriente de emisor llega al colector, si la corriente de colector pasa por una resistencia grande se obtienen ganancias de tensión y de potencia.

Componentes de corriente del transistor

Consideremos la fig. 3, en la cual hay un transistor NPN con el diodo de emisor polarizado directamente y el de colector inversamente. Nótese que el sentido marcado para las corrientes no es el convencional sino el de circulación de los electrones. La caída de tensión en el diodo

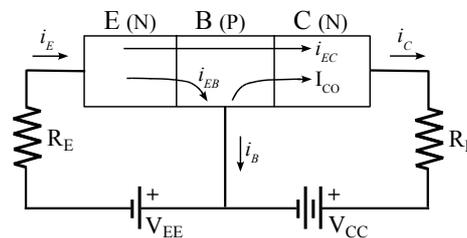


fig. 3

de emisor es de 0,6 a 0,7 V para el Silicio. Supondremos que el transistor es ideal, o sea que no hay realimentación entre colector y emisor ni pérdidas óhmicas (fugas) en la unión de colector. I_C no dependerá entonces de V_{CC} y parecerá emanar de una fuente de corriente constante.

Si consideramos sólo la unión de emisor polarizada directamente, la corriente neta que circula por ella es esencialmente una corriente de recombinación. La corriente de emisor i_E está constituida por e^- de la región de emisor que cruzan hacia la base y por huecos de la base que cruzan hacia el emisor. Algunos e^- del emisor son capturados por huecos de la base, pero la mayoría llegan a la unión de colector y son arrastrados a través de ella. Para que la captura de e^- en la base

sea mínima, se hace que la base sea poco ancha y se la dopa ligeramente para que la concentración de huecos sea pequeña en comparación con la concentración de electrones en el emisor altamente dopado. Por lo tanto, el emisor proporciona a la base más e^- que la base al emisor huecos, de modo que la corriente de e^- a través de la unión de emisor es mucho mayor que la corriente de huecos. Por cada e^- que es capturado por un hueco en la región de base, sale un e^- por el conductor de base. Además, cada hueco de la región de base que pasa al emisor deja una carga negativa en exceso en la región de base. También esto impulsa a un e^- a salir por el conductor de base en la dirección de i_B . Estos huecos de la base que cruzan hacia el emisor constituyen la mayor parte de la corriente de base i_B . La mayoría de los electrones que son inyectados en la base se difunden por ella y son capturados por la unión de colector. Llamaremos i_{EB} a la corriente total de huecos y e^- que fluyendo a través de la unión de emisor contribuye a la corriente de base i_B . Además, llamaremos i_{EC} a aquella parte de la corriente de emisor i_E que contribuye a la corriente de colector i_C . Podemos entonces escribir:

$$i_E = i_{EB} + i_{EC}$$

Esta corriente i_{EC} está constituida por los e^- que fueron inyectados desde el emisor a la base, pasan a través de la unión de colector y son capturados por el colector. La corriente de saturación del diodo de colector que cruza la unión de colector se llama I_{CO} o I_{CBO} y se la define como la corriente de colector con polarización inversa y emisor en circuito abierto. El símbolo I_{CEO} significa corriente de colector con polarización inversa y la base en circuito abierto.

En nuestro transistor NPN teórico, I_{CO} consistirá en electrones generados térmicamente que pasan de la base al colector y huecos que pasan del colector a la base atravesando la unión de colector. Como la neutralidad eléctrica ha de conservarse, cada e^- generado térmicamente que pasa de la base al colector es remplazado por un e^- que penetra en el transistor por el conductor de base. Similarmente, cada hueco generado térmicamente que pasa del colector a la base da a la base una carga positiva extra que es neutralizada por un e^- que entra por el conductor de base. Ambas componentes tienen una dirección opuesta a i_B y se muestran en la fig. 3 como I_{CO} .

La resistencia total en el conductor de base es muy pequeña y se debe a la presencia de una parte del material de base, de gran resistividad y ligeramente dopado, situada entre la región real (intrínseca) de base emparedada entre los extremos de las uniones y el conductor externo de base. A esta resistencia de base se la llama *resistencia extrínseca de base*, no contribuye directamente a la acción de transistor y tiene valores de 10 a 200 Ω. Si en el conductor de base existe una resistencia de valor apreciable, esto limita la velocidad con que los huecos, que fueron inyectados térmicamente desde el colector a la base, son neutralizados por los e⁻ que entran por el conductor de base. Si estos huecos no pueden ser eliminados con rapidez, algunos pueden difundirse hacia la unión de emisor y atraer e⁻ del emisor. Esto significa que I_{CO} puede afectar a i_{EC} cuando hay una resistencia significativa en el conductor de base. Como I_{CO} depende de la temperatura y no de la tensión, se puede considerar que emana de una fuente de corriente constante y la forma en que se reparte entre emisor y base depende de la división de corriente determinada por las resistencias internas y externas del emisor y la base.

Es posible construir un transistor PNP, su base estará constituida por un material N y emisor y colector por materiales P. En este caso será necesario invertir la polaridad de las fuentes V_{CC} y V_{EE} a fin de polarizar adecuadamente ambas uniones. Podemos aplicar al transistor PNP exactamente el mismo razonamiento, sólo que los portadores inyectados por el emisor serán ahora huecos en lugar de electrones.

En la fig. 4 tenemos los símbolos de ambos dispositivos.

Vemos que tanto para el transistor NPN como para el PNP se cumplen las siguientes relaciones:

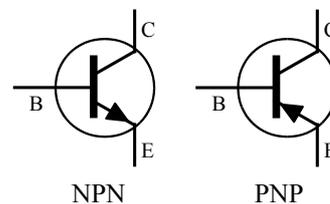


fig. 4

$$i_E = i_{EB} + i_{EC} \quad (1)$$

$$i_C = i_{EC} + I_{CO} \quad (2)$$

$$i_B = i_{EB} - I_{CO} \quad (3)$$

$$i_E = i_B + i_C \quad (4)$$

El parámetro α_{dc} es una medida de la parte de I_E que contribuye a I_C y se define para un valor particular de V_{CB} mediante la ec. (5).

$$\alpha_{dc} = \frac{I_{EC}}{I_E} = \frac{I_C - I_{CO}}{I_E} \quad (5)$$

Considerando que I_C - I_{CO} es en realidad el valor de ΔI_{EC} desde I_{EC} = 0 hasta otro valor e I_E es la variación ΔI_E desde cero hasta el valor de I_E que se desea, α_{dc}

resulta ser en realidad un parámetro para señales grandes que varían desde cero hasta los valores deseados. El valor típico de α_{dc} se encuentra entre 0,9 y 0,995.

Para cualquier punto Q específico en el que V_{CB} se mantenga constante, podemos definir un α para pequeña señal:

$$\alpha = \frac{\Delta I_{EC}}{\Delta I_E} \Big|_{V_{CB}=k} \quad (6)$$

12.2 Características de colector en emisor común

En la mayor parte de los circuitos, el terminal común entre la entrada y la salida es el emisor. Mediante el circuito de la fig. 5, podemos trazar una familia de curvas en las cuales $I_C = f_2(I_B, V_{CE})$. Primero se ajusta V_{BB} para obtener el valor de I_B que se desee, luego se ajusta V_{CC} para obtener los valores deseados de V_{CE} y entonces se mide la I_C correspondiente. En la fig. 6 vemos una familia de curvas características típicas de un transistor de silicio de pequeña señal, donde se pueden distinguir tres regiones: la región activa, la región de corte y la región de saturación.

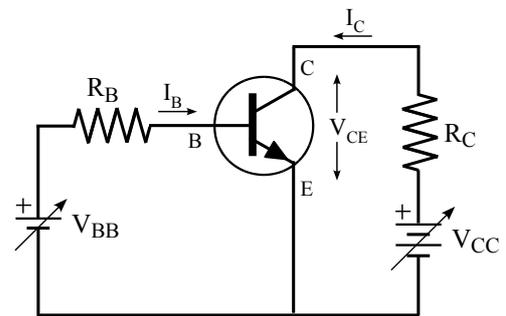


fig. 5

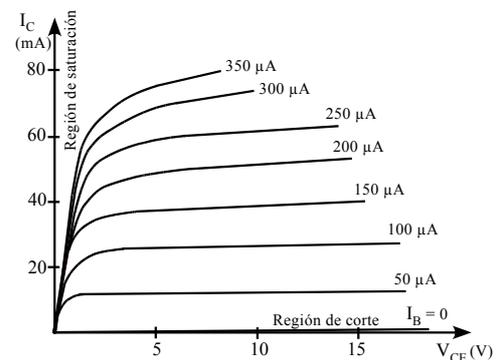


fig. 6

Región activa

En esta región, la unión de colector está polarizada inversamente y la de emisor directamente. La misma abarca la superficie a la derecha de $V_{CE} \approx 0,7$ a $1,2$ V y por encima de $I_B = 0$. Si se desea usar el transistor como dispositivo amplificador, el mismo deberá trabajar dentro de esta región.

Se define el factor de amplificación de corriente continua β_{dc} o h_{FE} mediante la ec. (7):

$$\beta_{dc} = \frac{I_{EC}}{I_{EB}} = \frac{I_C - I_{CO}}{I_B + I_{CO}} \quad (7)$$

Reordenando, obtenemos la ec. (8):

$$I_C = \beta_{dc} I_B + (\beta_{dc} + 1) I_{CO} \quad (8)$$

Para encontrar la relación entre α_{dc} y β_{dc} , reordenamos primero la ec. (5), sustituimos en ella I_E por la ec. (4) y despejamos I_C obteniendo la ec. (9). Finalmente, igualando las ec. (8) y (9) se obtiene la ec. (10):

$$I_C = \alpha_{dc} I_E + I_{CO}$$

$$I_C = \frac{\alpha_{dc} I_B}{1 - \alpha_{dc}} + \frac{I_{CO}}{1 - \alpha_{dc}} \quad (9)$$

$$\beta_{dc} = \frac{\alpha_{dc}}{1 - \alpha_{dc}} \quad (10)$$

β_{dc} también puede ser considerado como el factor de amplificación de corriente para señales fuertes en el circuito con emisor común.

El factor de amplificación de corriente para pequeña señal en emisor común se llama β o h_{fe} y se define por la ec. (11). A una temperatura dada I_{CO} permanece constante, por lo que $\Delta I_{EC} = \Delta I_C$ y $\Delta I_{EB} = \Delta I_B$, obteniéndose entonces la ec. (12):

$$\beta = \left. \frac{\Delta I_{EC}}{\Delta I_{EB}} \right|_{V_{CE}=k} \quad (11)$$

$$\beta = \left. \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} \right|_{V_{CE}=k} \quad (12)$$

Para averiguar la relación entre α y β para pequeña señal, partimos de la definición dada por la ecuación (11) y sustituimos en ella las ec. (1) y (6):

$$\beta = \frac{\Delta I_{EC}}{\Delta I_{EB}} = \frac{\Delta I_{EC}}{\Delta I_E - \Delta I_{EC}} = \frac{\alpha \cdot \Delta I_E}{\Delta I_E - \alpha \cdot \Delta I_E} \Rightarrow \beta = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \quad (13)$$

En la fig. 6 se puede observar que β disminuye para los valores más altos de la corriente de colector, pues en ese caso a una cierta variación ΔI_B de la corriente de base le corresponde una variación más pequeña ΔI_C de la corriente de colector que la que tiene lugar para valores menores de I_C .

También se puede observar que las curvas no son horizontales, o sea que I_C no es independiente de V_{CE} . Al aumentar la polarización inversa de la unión de colector se reduce la anchura efectiva de la base, a este fenómeno se lo denomina *efecto Early*. Esto reduce la posibilidad de recombinación dentro de la base, por lo cual aumenta α y en consecuencia también lo hace β .

Región de corte

En esta región, la unión de colector y la de emisor están polarizadas inversamente, el transistor puede ser considerado como un circuito abierto. En principio podríamos decir que abarca la superficie por debajo de $I_B = 0$, aunque

la ec. (8) nos indica que esto no es estrictamente cierto. Si dejamos el terminal de base abierto, el único camino posible para I_{CO} es a través de la unión de emisor. Cuando I_{CO} , que emana de una fuente de corriente constante, cruza la unión de emisor, desarrolla una caída de tensión a través del diodo de emisor que lo polariza directamente. Esta polarización directa reduce el potencial de barrera del emisor, lo que origina la inyección de portadores. Si hay más portadores disponibles, el transistor mostrará una resistencia menor.

La corriente real de colector con la unión de colector polarizada inversamente y la base en circuito abierto se designa por I_{CEO} . Para que el transistor esté realmente al corte se debe cumplir que $I_C = I_{CO}$, lo cual en los transistores de silicio se logra para $V_{BE} \approx 0$ V, es decir, cuando la base está cortocircuitada con el emisor.

$$I_{CEO} = (\beta_{dc} + 1) I_{CO} \quad (14)$$

Región de saturación

En esta región, *la unión de colector y la de emisor están polarizadas directamente*, el transistor puede ser considerado en primera instancia como un cortocircuito. La tensión $|V_{CE}|$ cae a unas pocas décimas de volt y la corriente de colector es prácticamente independiente de la de base. Por lo tanto, podemos decir que la saturación tiene lugar en el codo de las curvas características de la fig. 6.

Características de entrada en emisor común

En el circuito de entrada, $V_{BE} = f_I (I_B , V_{CE})$. Cuando la unión de colector tenga una polarización inversa mayor o igual que 1 volt, se puede suponer que V_{CE} no tendrá un efecto apreciable sobre el comportamiento del diodo base-emisor. La curva característica de la entrada será entonces esencialmente la de un diodo polarizado directamente. Si la unión de colector no está polarizada inversamente, la región vacía es pequeña y el β del transistor disminuye (efecto Early). Además, el colector comenzará a inyectar portadores en la región de base, los cuales también contribuyen a la corriente I_B .

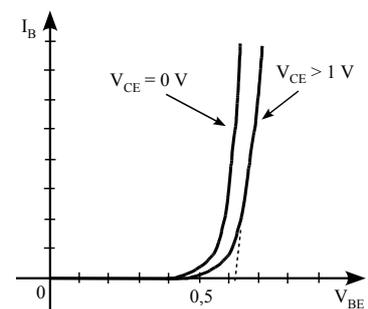


fig. 7

Parámetros de máxima del transistor

$P_{C \max}$ Potencia máxima absoluta que puede disipar el transistor sin que la unión de colector se destruya, generalmente se la especifica para una temperatura ambiente de 25°C . Si se representa sobre las curvas de colector el lugar geométrico de los puntos en los cuales $V_{CE} \cdot I_C = P_{C \max}$, el mismo será una hipérbola llamada *hipérbola de máxima disipación*.

$T_{j \max}$ Máxima temperatura que soporta la juntura sin destruirse

$I_{C \max}$ Máxima corriente de colector que puede circular sin destruir el transistor o sin que β se reduzca por debajo de un valor mínimo.

V_{CBO} Tensión inversa máxima que se puede aplicar antes de la ruptura entre colector y base, estando el emisor en circuito abierto.

V_{CEO} Tensión inversa máxima que se puede aplicar antes de la ruptura entre colector y emisor, estando la base en circuito abierto.

12.3 Amplificador básico con transistor bipolar

Determinación del punto de reposo

En la fig. 8 vemos el circuito de un amplificador en emisor común con *polarización fija*. La resistencia R_B polariza la juntura de emisor y determina el

valor de la corriente de base. El transistor deberá operar dentro de la zona activa y en general será conveniente que el punto de reposo Q esté en la mitad de la recta de carga, lo cual permitirá una máxima excursión simétrica del punto de funcionamiento.

Para evitar destruir el transistor, el mismo deberá operar siempre

debajo de su hipérbola de máxima disipación, o sea que la recta de carga dinámica no podrá cortarla, además no se puede sobrepasar V_{CEO} ni $I_{C \max}$.

Tenemos cuatro variables interdependientes: v_{CE} , i_C , i_B y v_{BE} . La familia de curvas características de colector nos da $i_C = f_2(i_B, v_{CE})$. La segunda ecuación del

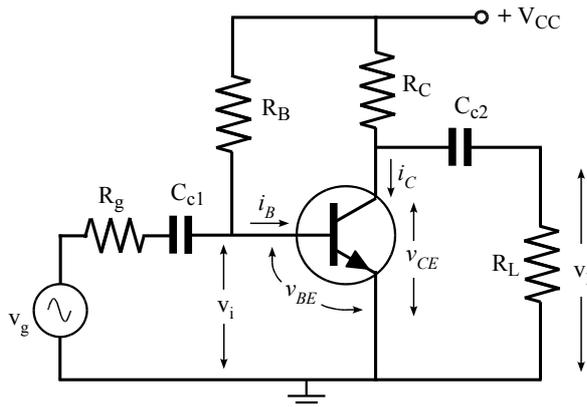


fig. 8

sistema será el análisis por Kirchoff del circuito de salida para corriente continua, o sea la recta de carga

$$V_{CC} = I_C \cdot R_C + V_{CE} \quad (15)$$

estática, ec. (15). Hallamos los puntos de intersección de la misma con los ejes de coordenadas y la trazamos sobre las curvas características de colector, fig. 9a.

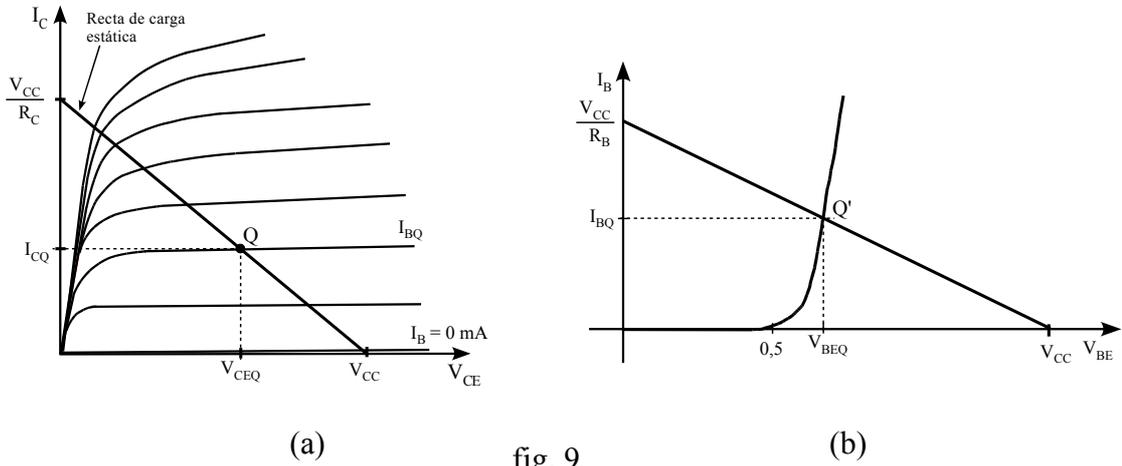


fig. 9

Debemos ahora resolver la malla de entrada para hallar el valor de I_{BQ} . La curva característica de entrada nos da $v_{BE} = f_I(i_B)$ para $v_{CE} > 1 \text{ V}$.

La otra ecuación será el análisis por Kirchoff del circuito de entrada para corriente continua, ec. (16).

$$V_{CC} = I_B \cdot R_B + V_{BE} \quad (16)$$

Si trazamos esta recta sobre la curva, fig. 9b, el punto de corte nos dará los valores de I_{BQ} y V_{BEQ} . En la práctica no se suele disponer de la curva característica de entrada y se toma $|V_{BEQ}| \approx 0,6 \text{ V}$ a $0,7 \text{ V}$ para un transistor de silicio.

En la fig. 9a, el punto Q estará en la intersección de la recta de carga con la curva correspondiente a la I_{BQ} hallada y podremos leer directamente de la gráfica los valores de I_{CQ} y V_{CEQ} .

Para proyectar una etapa amplificadora se sigue el proceso inverso: Se escoge un punto Q en un lugar adecuado de la región activa del transistor y a partir de la ec. (15) se calcula R_C mediante la ec. (17). A menudo no se dispone de las curvas características de colector y se calcula I_{BQ} mediante la ec. (18). Una vez hallada I_{BQ} y a partir de la ec. (16), el valor de R_B se calcula mediante la ec. (19).

$$R_C = \frac{V_{CC} - V_{CEQ}}{I_{CQ}} \quad (17)$$

$$I_{BQ} = \frac{I_{CQ}}{\beta_{dc}} \quad (18)$$

$$R_B = \frac{V_{CC} - V_{BEQ}}{I_{BQ}} \quad (19)$$

Análisis con señal de excitación

Para analizar el comportamiento con señal, nos valdremos de la recta de carga dinámica. La fuente V_{CC} se comporta como un cortocircuito para las señales variables y C_{c2} presenta dentro de la gama de frecuencias medias una reactancia despreciable, por lo que la resistencia de carga R_L está en paralelo con R_C . La ecuación de la malla de salida para las componentes de alterna será entonces la ec. (20).

$$0 = i_c(R_C // R_L) + v_{ce} \quad (20)$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow$$

$$\frac{-1}{R_C // R_L} = \frac{I_{CQ} - 0}{V_{CEQ} - V_d}$$

$$V_d = V_{CEQ} + I_{CQ}(R_C // R_L) \quad (21)$$

La ec. (20) es la ecuación de una recta con pendiente $-1/(R_C // R_L)$ que además corta a la recta de carga estática en el punto Q. Para trazarla nos basta con encontrar el punto de corte con el eje de las abscisas, el cual corresponderá a la tensión V_d . Recurrimos para ello a la fórmula del coeficiente angular de una recta que pasa por dos puntos, en este caso Q y $(V_d, 0)$, la igualamos con la pendiente $-1/(R_C // R_L)$ y despejamos V_d , obteniendo la ec. (21). En la fig. 10 podemos ver ambas rectas de carga y las componentes variables i_c y v_{ce}

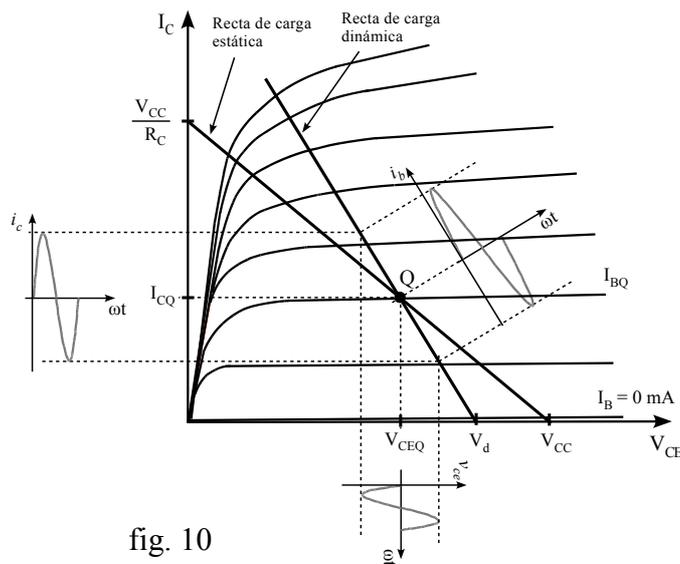


fig. 10

que se obtienen si se excita la base con una señal $i_b(t)$. La tensión alterna presente sobre R_L será igual a la componente alterna de $v_{CE}(t)$

$$\begin{aligned} i_c(t) &= I_{CQ} + i_c(t) \\ v_{CE}(t) &= V_{CEQ} + v_{ce}(t) \\ v_L(t) &= v_{ce}(t) \end{aligned} \quad (22)$$

En el circuito de entrada, el valor de la señal v_{be} aplicada entre base y emisor está determinado por el divisor de tensión formado por R_g y $R_i // R_B$, siendo R_i la impedancia de entrada del transistor.

$$v_{be} = \frac{v_g(R_i // R_B)}{R_g + (R_i // R_B)}$$

Podemos estimar R_i hallando la pendiente de la tangente a la curva de entrada en el punto Q. En la entrada están presentes las componentes de tensión y de corriente dadas por la pareja de ecuaciones (23).

Si proyectamos los puntos de la señal v_{be} sobre la curva de entrada, obtenemos la gráfica de $i_b(t)$, fig. 11.

Si proyectamos la $i_b(t)$ así hallada sobre la recta de carga dinámica en la fig. 10, obtenemos las gráficas de la tensión y de la corriente en la salida.

Es de observar que existe un defasaje de 180° entre $v_{be}(t)$ y $v_{ce}(t)$.

En la fig. 11 es posible observar que si se excita la base con una tensión senoidal grande, la variación alrededor del punto Q de la corriente $i_b(t)$ es menor a la izquierda que a la derecha, lo cual produce una distorsión a la entrada. Además, hemos visto anteriormente que β disminuye al aumentar I_C , lo cual produce distorsión a la salida. La distorsión de entrada tiende a cancelar la de salida, por lo que habrá menos distorsión si el transistor es excitado por una señal proveniente de un generador de tensión en lugar de uno de corriente.

Ejemplo

En el amplificador de la fig. 8 se utiliza un transistor de silicio con un $\beta_{dc} = 200$ y una fuente de alimentación $V_{CC} = 15$ V. Calcular R_C y R_B de modo que en el punto de reposo $V_{CE} = 8$ V e $I_C = 10$ mA

$$R_C = \frac{V_{CC} - V_{CEQ}}{I_{CQ}} = \frac{15 \text{ V} - 8 \text{ V}}{10 \text{ mA}} = 700 \Omega \quad I_{BQ} = \frac{I_{CQ}}{\beta_{dc}} = \frac{10 \text{ mA}}{200} = 50 \mu \text{ A}$$

$$R_B = \frac{V_{CC} - V_{BEQ}}{I_{BQ}} = \frac{15 \text{ V} - 0,7 \text{ V}}{50 \mu \text{ A}} = 286 \text{ K}$$

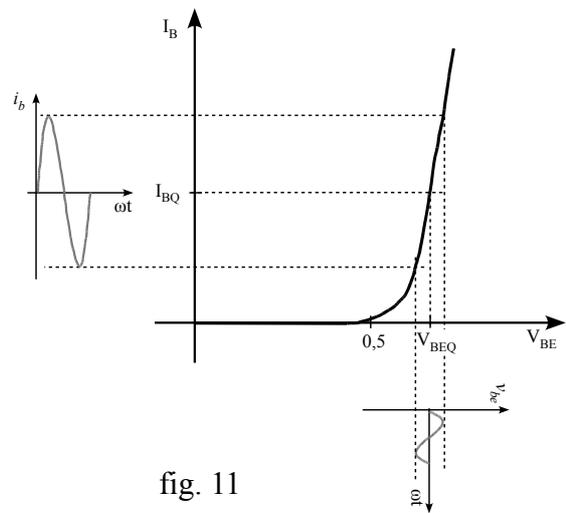


fig. 11

$$\begin{aligned} v_{BE}(t) &= V_{BEQ} + v_{be}(t) \\ i_B(t) &= I_{BQ} + i_b(t) \end{aligned} \quad (23)$$

12.4 Estabilidad de la polarización

Dispersión de los parámetros

En el circuito de la fig. 8, la corriente de base I_{BQ} es prácticamente constante, pues al ser $V_{CC} \gg V_{BE}$

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B} \approx \frac{V_{CC}}{R_B}$$

Los transistores de un mismo tipo presentan una gran dispersión en los valores de algunos de sus parámetros. Si se sustituye un transistor por otro del mismo tipo, el β_{dc} puede variar considerablemente.

En el ejemplo anterior se utilizó un transistor cuyo β_{dc} típico es 200, pero puede variar entre 130 y 240. Veamos que tanto puede variar la posición del punto Q:

$$\beta_{dc} = 130 \Rightarrow I_{CQ} = 130 \cdot 50 \mu A = 6,5 \text{ mA} \Rightarrow V_{CEQ} = 15 \text{ V} - 700 \Omega \cdot 6,5 \text{ mA} = 10,45 \text{ V}$$

$$\beta_{dc} = 240 \Rightarrow I_{CQ} = 240 \cdot 50 \mu A = 12 \text{ mA} \Rightarrow V_{CEQ} = 15 \text{ V} - 700 \Omega \cdot 12 \text{ mA} = 6,6 \text{ V}$$

Vemos que si I_{BQ} se mantiene constante, la posición del punto Q no es estable y puede cambiar considerablemente al variar β_{dc} . Sería preferible que el valor de I_{BQ} cambiase al variar β_{dc} , de modo de mantener I_{CQ} y V_{CEQ} constantes.

Inestabilidad térmica

Una segunda causa de inestabilidad de la polarización es la variación de la temperatura. La corriente inversa de saturación I_{CO} se incrementa con la temperatura, duplicándose por cada 10 °C. En la región activa, la relación entre I_B e I_C está dada por la ec. (8), que repetimos por comodidad.

En el circuito con polarización fija I_{BQ} es constante, por lo que un posible ΔI_{CQ} podrá deberse solamente a un ΔI_{CO} . Esto significa que si tenemos un transistor cuyo $\beta_{dc} = 200$ y un incremento de temperatura provoca un aumento de I_{CO} , el mismo

$$I_C = \beta_{dc} I_B + (\beta_{dc} + 1) I_{CO}$$

$$\Rightarrow \Delta I_C = \Delta I_{CO} (\beta_{dc} + 1)$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta I_C}{\Delta I_{CO}} = \beta_{dc} + 1$$

dará lugar a un aumento de I_{CQ} que será 201 veces mayor. Este aumento de I_C podrá a su vez provocar un aumento de la temperatura en la juntura de colector, el cual a su vez podrá provocar un nuevo aumento de I_{CO} .

12.4.1 Autopolarización

El circuito de la fig. 12a permite estabilizar el punto de reposo, el cual pasará a ser fijado por los elementos externos al transistor. El divisor de tensión formado por R_1 y R_2 mantiene una tensión constante entre la base y masa. Si I_C aumenta ya sea debido a que I_{CO} aumenta con la temperatura o a un dispositivo con un β_{dc} mayor, aumentará también la caída de tensión sobre R_E . Esto hace el emisor más positivo con respecto a masa, lo que hace que la unión base-emisor se polarice menos directamente y disminuya I_B , lo que en consecuencia hace disminuir I_C logrando así estabilizarla. Para analizar este circuito, sustituimos el divisor de tensión que alimenta la base por su equivalente de Thévenin, fig. 12b.

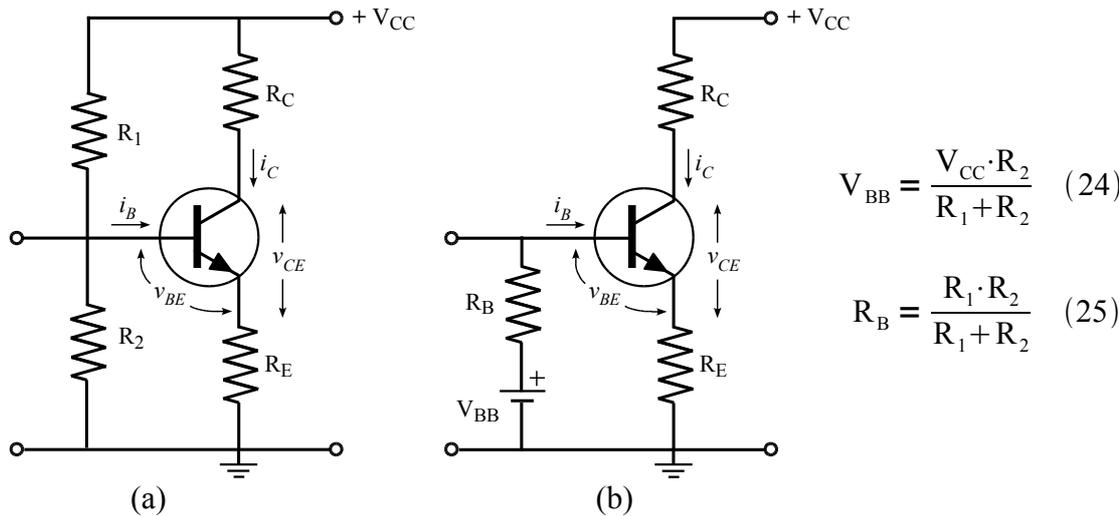


fig. 12

Aplicando al circuito de base la ley de tensiones de Kirchhoff, tenemos que:

$$V_{BB} = V_{BE} + (I_C + I_B)R_E + I_B \cdot R_B \quad (a)$$

Despejando I_B en la ec. (8), obtenemos la ec. (b)

$$I_B = \frac{I_C - I_{CO}(\beta_{dc} + 1)}{\beta_{dc}} \quad (b)$$

En la ec. (a) sustituimos I_B por la ec. (b) obteniendo:

$$V_{BB} = V_{BE} + \frac{I_C - I_{CO}(\beta_{dc} + 1)}{\beta_{dc}}(R_E + R_B) + I_C \cdot R_E$$

Reordenándola obtenemos la ec. (26), la cual expresa I_C :

$$I_C = \frac{\beta_{dc}(V_{BB} - V_{BE})}{R_B + R_E(\beta_{dc} + 1)} + I_{CO} \frac{(\beta_{dc} + 1)(R_B + R_E)}{R_B + R_E(\beta_{dc} + 1)} \quad (26)$$

Estabilidad ante las variaciones de I_{CO}

Para comparar la estabilidad de los diferentes circuitos de polarización, se define el *factor de estabilidad S* como la relación de variación de

$$I_C \text{ con respecto de } I_{CO}, \text{ manteniendo } \beta_{dc} \text{ y } V_{BE} \text{ constantes.} \quad S = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_{CO}} \quad (27)$$

Cuánto mayor sea S, más inestable es el circuito.

Para el circuito de la fig. 12a, si β_{dc} y V_{BE} son constantes también es constante el 1^{er} sumando de la ec. (26) y por lo tanto una variación de la corriente de colector ΔI_C sólo podrá deberse a una variación ΔI_{CO} , despejando el cociente

$$\text{obtenemos:} \quad S = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_{CO}} = \frac{(\beta_{dc}+1)(R_B+R_E)}{R_B+R_E(\beta_{dc}+1)} = (\beta_{dc}+1) \frac{1+(R_B/R_E)}{(\beta_{dc}+1)+R_B/R_E} \quad (28)$$

S varía desde 1 cuando R_B/R_E es pequeño hasta $(\beta_{dc}+1)$ cuando $R_B/R_E \rightarrow \infty$. Para un valor fijo de R_B/R_E , S aumenta con β_{dc} o sea que la estabilidad disminuye. En los transistores de silicio I_{CO} es del orden de los nA, por lo que la variación de I_C debida a I_{CO} no es tan crítica como lo fue en el pasado para los transistores de germanio.

Estabilidad ante las variaciones de V_{BE}

Para un cierto valor de I_C constante, la tensión V_{BE} disminuye al aumentar la temperatura a razón de 2,5 mV/°C. Se define el *factor de estabilidad S'* como la relación de la variación de I_C

$$S' = \frac{\Delta I_C}{\Delta V_{BE}} \quad (29)$$

con respecto a V_{BE} , manteniendo β_{dc} e I_{CO} constantes.

Para el circuito de la fig. 12a, si β_{dc} e I_{CO} son constantes partimos de la ec.(26) y consideramos sólo la parte de la misma que sería afectada por un ΔV_{BE} :

$$S' = \frac{\Delta I_C}{\Delta V_{BE}} = \frac{-\beta_{dc}}{R_B+R_E(\beta_{dc}+1)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S' = \frac{\Delta I_C}{\Delta V_{BE}} = \frac{-\beta_{dc}}{R_B+R_E(\beta_{dc}+1)} \cdot \frac{(\beta_{dc}+1)(R_B+R_E)}{(\beta_{dc}+1)(R_B+R_E)} = \frac{-S}{R_B+R_E} \cdot \frac{\beta_{dc}}{(\beta_{dc}+1)} \quad (30)$$

La ec. (30) demuestra que si disminuye el factor de estabilidad S, también disminuye el factor S'.

Estabilidad ante las variaciones de β_{dc}

Se define el *factor de estabilidad* S'' como la relación de la variación de I_C con respecto a β_{dc} , manteniendo

$$S'' = \frac{\Delta I_C}{\Delta \beta_{dc}} \quad (31)$$

V_{BE} e I_{CO} constantes y se lo expresa por la ec. (31)

Para calcularlo en el caso de la fig. 12a, calcularemos el $\Delta I_C = I_{C2} - I_{C1}$ debido a $\Delta \beta_{dc} = \beta_{dc2} - \beta_{dc1}$. A fin de simplificar los cálculos, como $\beta_{dc} \gg 1$ sustituiremos en el numerador del 2º sumando de la ec. (26) el factor $(\beta_{dc} + 1) \approx \beta_{dc}$, lo cual nos permite sacar β_{dc} como factor común.

$$\left. \begin{aligned} I_{C1} &= \frac{\beta_{dc1} [(V_{BB} - V_{BE}) + I_{CO}(R_B + R_E)]}{R_B + R_E(\beta_{dc1} + 1)} \\ I_{C2} &= \frac{\beta_{dc2} [(V_{BB} - V_{BE}) + I_{CO}(R_B + R_E)]}{R_B + R_E(\beta_{dc2} + 1)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{I_{C2}}{I_{C1}} = \frac{\beta_{dc2}}{\beta_{dc1}} \cdot \frac{R_B + R_E(\beta_{dc1} + 1)}{R_B + R_E(\beta_{dc2} + 1)}$$

Restamos ahora 1 a ambos lados del signo de igual

$$\Rightarrow \frac{I_{C2}}{I_{C1}} - 1 = \frac{\beta_{dc2}}{\beta_{dc1}} \cdot \frac{R_B + R_E(\beta_{dc1} + 1)}{R_B + R_E(\beta_{dc2} + 1)} - 1$$

Sustituimos ahora el 1 de la izquierda por I_{C1}/I_{C1} y el 1 de la derecha por el producto

$$\frac{\beta_{dc1}}{\beta_{dc1}} \cdot \frac{R_B + R_E(\beta_{dc2} + 1)}{R_B + R_E(\beta_{dc2} + 1)}$$

$$\Rightarrow \frac{I_{C2} - I_{C1}}{I_{C1}} = \frac{\Delta I_C}{I_{C1}} = \frac{1}{\beta_{dc1}} \cdot \frac{\beta_{dc2} [R_B + R_E(\beta_{dc1} + 1)] - \beta_{dc1} [R_B + R_E(\beta_{dc2} + 1)]}{R_B + R_E(\beta_{dc2} + 1)} \Rightarrow$$

y operando obtenemos:

$$\Rightarrow \frac{\Delta I_C}{I_{C1}} = \frac{\beta_{dc2} - \beta_{dc1}}{\beta_{dc1}} \cdot \frac{R_B + R_E}{R_B + R_E(\beta_{dc2} + 1)}$$

De donde podemos ahora despejar:

$$S'' = \frac{\Delta I_C}{\Delta \beta_{dc}} = \frac{I_{C1}(R_B + R_E)}{\beta_{dc1} [R_B + R_E(\beta_{dc2} + 1)]} \quad (32)$$

Aplicando la ec. (28), el factor de estabilidad S para β_{dc2} es:

$$S_2 = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_{CO}} = \frac{(\beta_{dc2} + 1)(R_B + R_E)}{R_B + R_E(\beta_{dc2} + 1)}$$

Sustituyéndolo en la ec. (32) se obtiene la ec. (33), en la cual se puede ver que si disminuye el factor S , también lo hace S''

$$S'' = \frac{\Delta I_C}{\Delta \beta_{dc}} = \frac{I_{C1} \cdot S_2}{\beta_{dc1} (\beta_{dc2} + 1)} \quad (33)$$

Consideraciones prácticas

Hemos definido 3 factores de estabilidad que expresan la variación de la corriente de colector con respecto a I_{CO} , V_{BE} y β_{dc} . Si se desea calcular la variación total de I_C dentro de un margen de temperatura dado, se la puede expresar como la suma de las variaciones debidas

$$\Delta I_C = S \cdot \Delta I_{CO} + S' \cdot \Delta V_{BE} + S'' \cdot \Delta \beta_{dc} \quad (34)$$

a los tres factores de estabilidad.

En el caso de circuitos muy críticos que deban funcionar dentro de amplios márgenes de temperatura, este cálculo puede ser necesario.

Según hemos visto, al reducir S también se reducen S' y S'' , por lo que *normalmente se considera que una etapa amplificadora con transistor bipolar tiene un punto de operación estable si $S \leq 10$.*

A menudo es posible utilizar un criterio práctico simplificado basado en que:

a) Para que el circuito de la fig. 12 funcione correctamente, la tensión entre base y tierra debería ser constante y para ello debe ser independiente de I_B , lo que se logra haciendo que I_{BQ} sea mucho menor que la corriente que atraviesa R_2 .

b) En los transistores de silicio, la variación de I_C debida a la variación de V_{BE} predomina sobre el efecto de I_{CO} . La ecuación de la malla base-emisor del circ. de la fig. 12b es:

$$V_{BB} = I_B \cdot R_B + V_{BE} + I_E \cdot R_E$$

Sustituyendo en ella $I_B = I_E / (\beta_{dc} + 1)$ y reordenándola, obtenemos la ec. (35):

$$I_E = \frac{V_{BB} - V_{BE}}{R_E + R_B / (\beta_{dc} + 1)} \quad (35)$$

Para limitar la variación de I_E (y por lo tanto la de I_C) debida a una disminución de V_{BE} , ese cambio ΔV_{BE} debe ser despreciable frente al numerador $V_{BB} - V_{BE}$.

$$I_E + \Delta I_E = \frac{V_{BB} - (V_{BE} - \Delta V_{BE})}{R_E + R_B / (\beta_{dc} + 1)}$$

La ec. (35) es la expresión de I_E y por lo tanto la ec. (36) expresa el ΔI_E provocado por ΔV_{BE}

$$\Delta I_E = \frac{\Delta V_{BE}}{R_E + R_B / (\beta_{dc} + 1)} \quad (36)$$

Haciendo el cociente entre las ec. (36) y (35) obtenemos la ec. (37), la cual nos da el porcentaje de variación de I_E debido a un cierto cambio ΔV_{BE} .

$$\frac{\Delta I_E}{I_E} = \frac{\Delta V_{BE}}{V_{BB} - V_{BE}} \quad (37)$$

Muchos equipos se proyectan para operar dentro de la gama de temperaturas de 0 °C a 50 °C, con una temperatura nominal de operación de 25 °C. Veremos

que valor mínimo debe tener V_{BB} para que I_E varíe $\pm 10\%$ con respecto a su valor nominal para un $\Delta t = \pm 25^\circ\text{C}$.

$$\Delta V_{BE} = 2,5\text{mV}/^\circ\text{C} \cdot 25^\circ\text{C} = 62,5\text{mV} \quad \frac{\Delta I_E}{I_E} = \frac{\Delta V_{BE}}{V_{BB} - V_{BE}} = 10\% = 0,1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_{BB} = \frac{\Delta V_{BE} + 0,1 \cdot V_{BEQ}}{0,1} = \frac{0,0625\text{V} + 0,1 \cdot 0,7\text{V}}{0,1} = 1,325\text{V}$$

Por lo tanto, si $V_{BB} \geq 1,4\text{V}$ tendremos a lo sumo una variación de I_E de $\pm 10\%$ para una variación de la temperatura de $\pm 25^\circ\text{C}$ con respecto a una temperatura de operación nominal de 25°C .

Normalmente, para un transistor de silicio la polarización será estable si:

- 1) La corriente a través de R_1 es al menos 10 veces mayor que I_{BQ}
- 2) La tensión sobre R_2 es mayor o igual que $1,4\text{V}$

En aquellos casos en los que V_{CC} sea demasiado pequeña como para cumplir la 2ª condición, se suele hacer $R_C = 10 \cdot R_E$.

Ejemplo

En el amplificador de la fig. 12 se utiliza un transistor de silicio con un $\beta_{dc} = 200$ y $V_{CC} = 15\text{V}$. Calcular R_C , R_E , R_1 y R_2 de modo que $V_{CEQ} = 7,3\text{V}$ e $I_{CQ} = 10\text{mA}$

$$I_{BQ} = \frac{I_{CQ}}{\beta_{dc}} = \frac{10\text{mA}}{200} = 50\mu\text{A}$$

$$V_{R2} = 1,4\text{V} \Rightarrow R_E = \frac{V_{R2} - V_{BEQ}}{(\beta + 1)I_{BQ}} = \frac{1,4\text{V} - 0,7\text{V}}{201 \cdot 50\mu\text{A}} = 69,7\Omega$$

$$R_C = \frac{V_{CC} - V_{CEQ} - V_{RE}}{I_{CQ}} = \frac{15\text{V} - 7,3\text{V} - 0,7\text{V}}{10\text{mA}} = 700\Omega$$

$$R_2 = \frac{V_{R2}}{9 \cdot I_{BQ}} = \frac{1,4\text{V}}{9 \cdot 50\mu\text{A}} = 3,1\text{K} \quad R_1 = \frac{V_{CC} - V_{R2}}{10 \cdot I_{BQ}} = \frac{15\text{V} - 1,4\text{V}}{10 \cdot 50\mu\text{A}} = 27,2\text{K}$$

Estimaremos ahora el efecto de la dispersión del parámetro β_{dc}

$$V_{BB} = \frac{15\text{V} \cdot 3,1\text{K}}{27,2\text{K} + 3,1\text{K}} = 1,53\text{V} \quad R_B = \frac{27,2\text{K} \cdot 3,1\text{K}}{27,2\text{K} + 3,1\text{K}} = 2,78\text{K}$$

Por tratarse de un transistor de silicio I_{CO} es muy pequeña, por lo que consideraremos solamente el primer sumando de la ec. (26). Para el valor típico $\beta_{dc} = 200$

$$I_{CQ} \approx \frac{\beta_{dc}(V_{BB} - V_{BEQ})}{R_B + R_B(\beta_{dc} + 1)} = \frac{200(1,53 \text{ V} - 0,7 \text{ V})}{2,78 \text{ K} + 69,7 \Omega(200 + 1)} = 9,89 \text{ mA}$$

$$V_{CEQ} = V_{CC} - I_{CQ}(R_C + R_E) = 15 \text{ V} - 9,89 \text{ mA}(700 \Omega + 69,7 \Omega) = 7,39 \text{ V}$$

Para el $\beta_{dc \text{ min}} = 130 \Rightarrow I_{CQ} = 9,06 \text{ mA} \Rightarrow V_{CEQ} = 8,03 \text{ V}$

Para el $\beta_{dc \text{ max}} = 240 \Rightarrow I_{CQ} = 10,17 \text{ mA} \Rightarrow V_{CEQ} = 7,17 \text{ V}$

Estos resultados muestran que el circuito autopolarizado de la fig. 12 es más estable frente a las variaciones de β_{dc} que el circuito con polarización fija.

12.4.2 Amplificador práctico en emisor común

En el circuito de la fig. 12, la resistencia R_E introduce una realimentación negativa que reduce la ganancia de tensión. Para evitar este efecto se conecta en paralelo con R_E el capacitor C_E , el cual se comportará como un cortocircuito a las frecuencias de trabajo. Usualmente la carga no es la resistencia R_C sino una resistencia R_L , la cual se acopla mediante el capacitor C_{c2} . En la fig. 13 vemos el circuito completo de un amplificador práctico con transistor bipolar en emisor común.

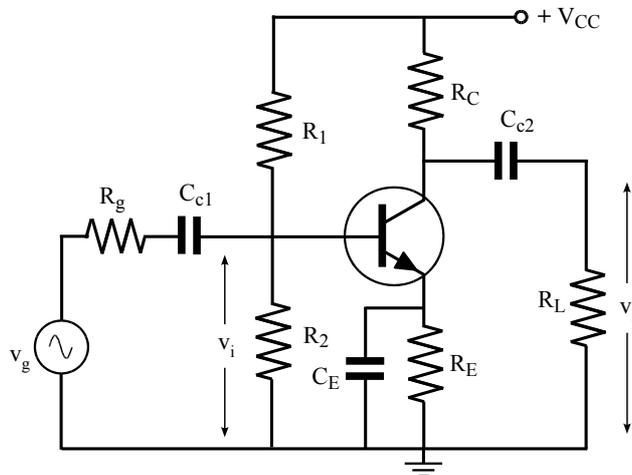


fig. 13

La *recta de carga estática* es la ecuación de la malla de salida para corriente continua: Como $\beta_{dc} \gg 1$ tenemos que $I_E \approx I_C$, de modo que podemos aproximarla por la ec. (38):

$$V_{CC} = I_C \cdot R_C + V_{CE} + I_E \cdot R_E$$

$$V_{CC} = I_C(R_C + R_E) + V_{CE} \quad (38)$$

Analizando la malla de entrada mediante el circuito equivalente de Thévenin de la fig. 12b y sus ec. (24) y (25), obtenemos la ecuación de la recta de entrada:

$$V_{BB} = I_B \cdot R_B + V_{BE} + I_E \cdot R_E \Rightarrow V_{BB} = I_B [R_B + R_E (\beta_{dc} + 1)] + V_{BE} \quad (39)$$

Sí trazamos esta recta sobre la curva característica de entrada, el punto de intersección de ambas nos dará los valores de I_{BQ} y V_{BEQ} . Como en la práctica no se suele disponer de dicha curva característica, se asume que $V_{BEQ} \approx 0,6$ a $0,7$ V para los transistores de silicio y se calcula I_{BQ} a partir de la ec. (39).

La *recta de carga dinámica* es la ecuación de la malla de salida para las componentes de alterna. La ec. (40) es la ecuación de una recta

$$0 = i_c (R_C // R_L) + v_{ce} \quad (40)$$

$$V_d = V_{CEQ} + I_{CQ} (R_C // R_L) \quad (41)$$

con pendiente $-1/(R_C // R_L)$ que además corta a la recta de carga estática en el punto Q. Para trazarla nos basta con encontrar el punto de corte con el eje de las abscisas, el cual corresponderá a la tensión V_d . Recurrimos a la fórmula del coeficiente angular de una recta que pasa por dos puntos, obteniendo la ec. (41).

En la fig. 14 podemos ver las dos rectas de carga y las componentes variables i_c y v_{ce} que se obtienen si se excita la base con una señal $i_b(t)$. La tensión alterna

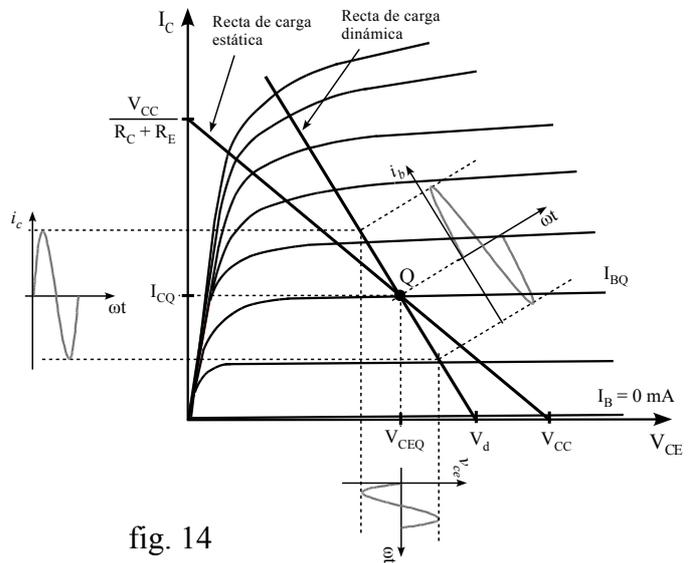


fig. 14

$$\begin{aligned} i_c(t) &= I_{CQ} + i_c(t) \\ v_{CE}(t) &= V_{CEQ} + v_{ce}(t) \\ v_L(t) &= v_{ce}(t) \end{aligned} \quad (42)$$

presente sobre R_L será igual a la componente alterna de $v_{CE}(t)$. El comportamiento del circuito de entrada al aplicar la señal v_{be} entre base y emisor es similar al del amplificador con polarización fija, véase la fig. 11.

A fin de poder trabajar con señales de amplitud importante, a menudo es más ventajoso que *el punto Q esté situado en el medio de la recta de carga dinámica* en lugar de estarlo en el medio de la recta de carga estática. Para que ello ocurra, el valor de V_{CEQ} deberá ser la mitad de V_d . A partir de la ec. (41), también podemos

calcular el valor de I_{CQ} para ese caso: si $V_{CEQ} = \frac{V_d}{2} = \frac{V_{CEQ} + I_{CQ}(R_C // R_L)}{2} \Rightarrow I_{CQ} = \frac{V_{CEQ}}{R_C // R_L}$ (43)

Como el punto Q también pertenece a la recta de carga estática, los valores de V_{CEQ} e I_{CQ} también deben satisfacerla.

$$V_{CC} = \frac{V_{CEQ}}{R_C // R_L} (R_C + R_E) + V_{CEQ} \Rightarrow$$

Sustituimos entonces en la ec. (38) I_{CQ} por la expresión de la ec. (43) :

$$\Rightarrow V_{CEQ} = \frac{V_{CC}(R_C // R_L)}{(R_C // R_L) + R_C + R_E} \quad (44)$$

Ejemplo

En el amplificador de la fig. 13 se utiliza un transistor de silicio con un $\beta_{dc} = 200$, $V_{CC} = 15 \text{ V}$ y $R_L = 10 \text{ K}$. Calcular R_C , R_E , R_1 y R_2 de modo de obtener una máxima excursión simétrica de la señal (o sea, que el punto Q se encuentre aprox. en el medio de la recta de carga dinámica)

i) Elegimos un punto **q**

tentativo con $V_{CEq} = 7,3 \text{ V}$, $R_E = \frac{V_{R2} - V_{BEq}}{I_{Cq}} = \frac{1,5 \text{ V} - 0,6 \text{ V}}{2 \text{ mA}} = 450 \Omega \approx 470 \Omega$
 $I_{Cq} = 2 \text{ mA}$ y $V_{R2} = 1,5 \text{ V}$

$$R_C = \frac{V_{CC} - V_{CEq} - V_{RE}}{I_{Cq}} = \frac{15 \text{ V} - 7,3 \text{ V} - 0,9 \text{ V}}{2 \text{ mA}} = 3,4 \text{ K} \approx 3,9 \text{ K}$$

ii) Calculamos ahora el verdadero valor del V_{CEQ} deseado mediante la ec. (44)

$$V_{CEQ} = \frac{V_{CC}(R_C // R_L)}{(R_C // R_L) + R_C + R_E} = \frac{15 \text{ V}(3,9 \text{ K} // 10 \text{ K})}{(3,9 \text{ K} // 10 \text{ K}) + 3,9 \text{ K} + 470 \Omega} = 5,86 \text{ V}$$

iii) Mediante la ec. (38), la recta de carga estática, calculamos I_{CQ} y luego I_{BQ}

$$I_{CQ} = \frac{V_{CC} - V_{CEQ}}{R_C + R_E} = \frac{15 \text{ V} - 5,86 \text{ V}}{3,9 \text{ K} + 470 \Omega} = 2,09 \text{ mA} \quad I_{BQ} = \frac{I_{CQ}}{\beta_{dc}} = \frac{2,09 \text{ mA}}{200} = 10,5 \mu \text{ A}$$

iv) Con los valores hallados, recalculamos V_{R2} y a partir de ella R_1 y R_2

$$V_{R2} = V_{BEQ} + I_{CQ} \cdot R_E = 0,6 \text{ V} + 2,09 \text{ mA} \cdot 470 \Omega = 1,58 \text{ V}$$

$$R_2 = \frac{V_{R2}}{9 \cdot I_{BQ}} = \frac{1,58 \text{ V}}{9 \cdot 10,5 \mu \text{ A}} = 16,7 \text{ K} \approx 15 \text{ K}$$

$$R_1 = \frac{V_{CC} - V_{R2}}{10 \cdot I_{BQ}} = \frac{15 \text{ V} - 1,58 \text{ V}}{10 \cdot 10,5 \mu \text{ A}} = 128 \text{ K} \approx 120 \text{ K}$$

Al construir el amplificador con estos valores se obtuvo:

$$V_{CEQ} = 5,9 \text{ V} \text{ e } I_{CQ} = 2,1 \text{ mA}$$

12.5 Circuito equivalente para pequeña señal

En el punto 12.2 hemos visto, que en el transistor bipolar las corrientes y tensiones están relacionadas por la pareja de ecuaciones (45).

$$\begin{aligned} v_{BE} &= f_1(i_B, v_{CE}) \\ i_C &= f_2(i_B, v_{CE}) \end{aligned} \quad (45)$$

La representación gráfica de f_1 son las curvas características de entrada y la de f_2 son las curvas características de colector en emisor común. En particular, cuando dichas tensiones y corrientes son los valores de polarización en un punto Q concreto, tenemos entonces la pareja de ecuaciones (46). En las secciones anteriores hemos aprendido a resolver este problema.

$$\begin{aligned} V_{BEQ} &= f_1(I_{BQ}, V_{CEQ}) \\ I_{CQ} &= f_2(I_{BQ}, V_{CEQ}) \end{aligned} \quad (46)$$

En el caso general, ambas tensiones y corrientes serán el resultado de la superposición de una componente continua debida a la polarización y de una componente variable:

$$\begin{aligned} i_C(t) &= I_{CQ} + i_c(t) \\ v_{CE}(t) &= V_{CEQ} + v_{ce}(t) \\ i_B(t) &= I_{BQ} + i_b(t) \\ v_{BE}(t) &= V_{BEQ} + v_{be}(t) \end{aligned}$$

Podemos por lo tanto escribir:

$$\begin{aligned} v_{BE}(t) &= V_{BEQ} + v_{be}(t) = f_1[I_{BQ} + i_b(t), V_{CEQ} + v_{ce}(t)] \\ i_C(t) &= I_{CQ} + i_c(t) = f_2[I_{BQ} + i_b(t), V_{CEQ} + v_{ce}(t)] \end{aligned} \quad (47)$$

Si la amplitud de la componente variable es pequeña (a lo sumo 1/10 del valor de la componente continua), en las cercanías del punto Q podemos sustituir a f_1 y f_2 por las rectas tangentes en dicho punto y la relación entre las componentes variables se vuelve lineal¹

$$\begin{aligned} v_{BE}(t) &= V_{BEQ} + v_{be}(t) \approx f_1(I_{BQ}, V_{CEQ}) + K_1 \cdot i_b(t) + K_2 \cdot v_{ce}(t) \\ i_C(t) &= I_{CQ} + i_c(t) \approx f_2(I_{BQ}, V_{CEQ}) + K_3 \cdot i_b(t) + K_4 \cdot v_{ce}(t) \end{aligned}$$

K_1 tiene dimensión de impedancia

K_2 y K_3 son adimensionales

K_4 tiene dimensión de admitancia

$$\begin{aligned} v_{be}(t) &= K_1 \cdot i_b(t) + K_2 \cdot v_{ce}(t) \\ i_c(t) &= K_3 \cdot i_b(t) + K_4 \cdot v_{ce}(t) \end{aligned} \quad (48)$$

Vemos que la forma de las ec. (48) coincide con los parámetros h estudiados anteriormente, por lo cual podríamos utilizarlos para representar al transistor

¹ Siendo matemáticamente más formales, se desarrollan ambas funciones en serie de Taylor alrededor del punto Q y se desprecian los términos de orden superior obteniendo:

$$\begin{aligned} v_{BE}(t) &= V_{BEQ} + v_{be}(t) = f_1(I_{BQ}, V_{CEQ}) + i_b(t) \left. \frac{\partial f_1}{\partial i_B} \right|_{v_{CE}=k} + v_{ce}(t) \left. \frac{\partial f_1}{\partial v_{CE}} \right|_{i_B=k} \\ i_C(t) &= I_{CQ} + i_c(t) = f_2(I_{BQ}, V_{CEQ}) + i_b(t) \left. \frac{\partial f_2}{\partial i_B} \right|_{v_{CE}=k} + v_{ce}(t) \left. \frac{\partial f_2}{\partial v_{CE}} \right|_{i_B=k} \end{aligned}$$

bipolar en régimen de pequeña señal. En lugar de subíndices numéricos se usa el subíndice **i** para la entrada, **r** para transferencia inversa, **f** para transferencia directa y **o** para la salida, la **e** indica que se trata de los parámetros *h* en la configuración en emisor común. Los mismos se definen como:

$$\begin{cases} v_{be} = h_{ie} \cdot i_b + h_{re} \cdot v_{ce} \\ i_c = h_{fe} \cdot i_b + h_{oe} \cdot v_{ce} \end{cases} \quad (49)$$

h_{ie} - Impedancia de entrada con la salida en cortocircuito

$$h_{ie} = \left. \frac{\Delta v_{BE}}{\Delta i_B} \right|_{v_{CE}=k}$$

h_{re} - Transferencia inversa de tensión con la entrada en circuito abierto

$$h_{re} = \left. \frac{\Delta v_{BE}}{\Delta v_{CE}} \right|_{i_B=k}$$

h_{fe} - Transferencia directa de corriente con la salida en cortocircuito

$$h_{fe} = \left. \frac{\Delta i_C}{\Delta i_B} \right|_{v_{CE}=k}$$

h_{oe} - Admitancia de salida con la entrada en circuito abierto

$$h_{oe} = \left. \frac{\Delta i_C}{\Delta v_{CE}} \right|_{i_B=k}$$

Los parámetros *h* del transistor son números reales en audiofrecuencias. El circuito equivalente deberá expresar en símbolos las ec. (49) y será similar al ya visto al estudiar los parámetros *h*, fig. 15.

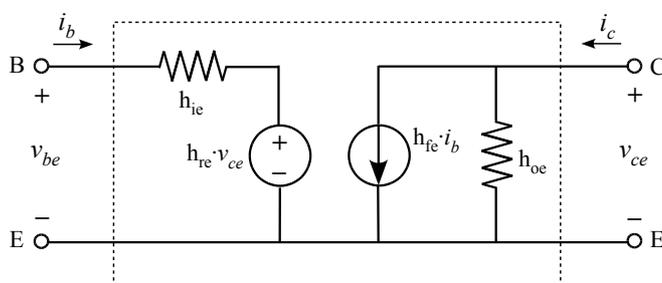


fig. 15

12.5.1 Relación entre los parámetros *h* y las curvas características

Las ec. (45) expresan las relaciones funcionales implícitas de la i_c y la v_{BE} instantáneas totales en función de dos variables: i_B y v_{CE} , para la configuración de emisor común. La familia de curvas características de colector describe gráficamente la relación entre i_c y v_{CE} , con i_B como parámetro. Las curvas características de entrada describen la relación entre v_{BE} e i_B con v_{CE} como parámetro.

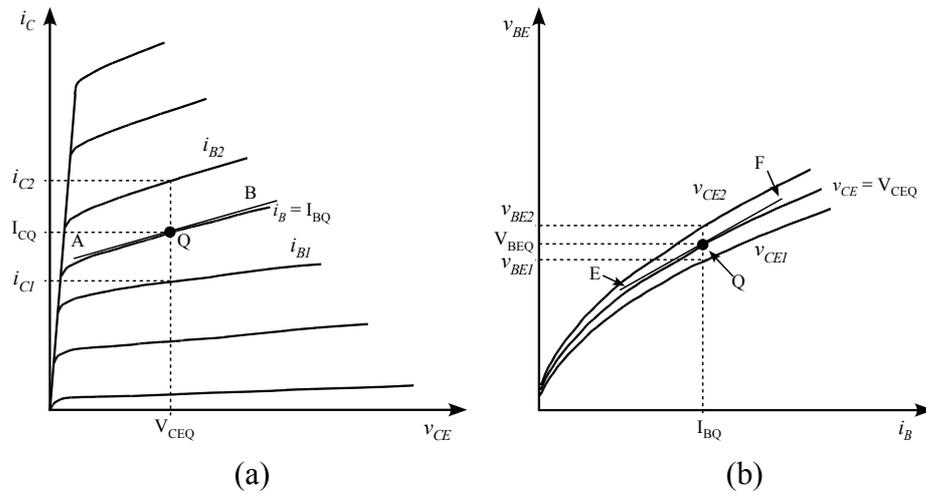


fig. 16

Parámetro h_{fe}

En la fig. 16 se representan las curvas características en emisor común.

De la definición de h_{fe} y de la fig. 16a resulta:

Los incrementos de corriente se toman alrededor del punto Q. En la fig. 16a, al variar

$$h_{fe} = \left. \frac{\Delta i_C}{\Delta i_B} \right|_{v_{CE}=k} = \frac{i_{C2} - i_{C1}}{i_{B2} - i_{B1}}$$

i_B manteniendo $v_{CE} = V_{CEQ}$, el punto se desplaza sobre una línea vertical.

El parámetro h_{fe} no es otro que el β de pequeña señal definido por la ec. (11)

Parámetro h_{oe}

El valor de h_{oe} en el punto Q está dado por la pendiente de la curva característica de salida en ese punto. Se la puede calcular dibujando la línea AB, tangente a la curva, como se ve en la fig. 16a.

Parámetro h_{ie}

La pendiente de la curva característica de entrada en el punto Q da h_{ie} . En la fig. 16b está dada por la pendiente de la línea EF, tangente a la curva en ese punto.

Parámetro h_{re}

De la definición de h_{re} , resulta que:

$$h_{re} = \left. \frac{\Delta v_{BE}}{\Delta v_{CE}} \right|_{i_B=k} = \frac{v_{BE2} - v_{BE1}}{v_{CE2} - v_{CE1}}$$

En la fig. 16b, una línea vertical represen-

ta el lugar de i_B constante. Se puede obtener el parámetro h_{re} dividiendo la variación de la tensión base-emisor, $v_{BE2} - v_{BE1}$, entre la variación de la tensión colector-emisor, $v_{CE2} - v_{CE1}$, para una corriente de base constante $i_B = I_{BQ}$. Como $h_{re} \approx 10^{-4}$ resulta que $\Delta v_{BE} \ll \Delta v_{CE}$, lo que hace que este método sea muy impreciso en la práctica.

Modelo híbrido aproximado

El parámetro h_{re} tiene un valor muy pequeño en la mayoría de los transistores, por lo que normalmente se puede utilizar el circuito equivalente aproximado de la fig. 17. Debido a la gran dispersión de los parámetros h , en la mayoría de los casos prácticos basta con obtener una solución aproximada despreciando el efecto de h_{oe} frente a los componentes externos.

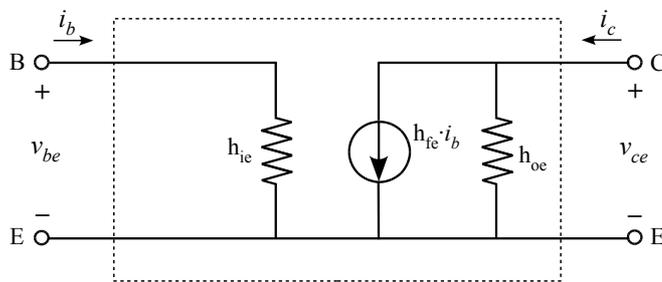


fig. 17

12.5.2 Circuito equivalente general del amplificador

Si en el circuito del amplificador de la fig. 13 sustituimos el transistor bipolar por su circuito equivalente de la figura 17 y la fuente de alimentación V_{CC} por su impedancia interna, la cual es idealmente cero, obtenemos el circuito equivalente general del amplificador.

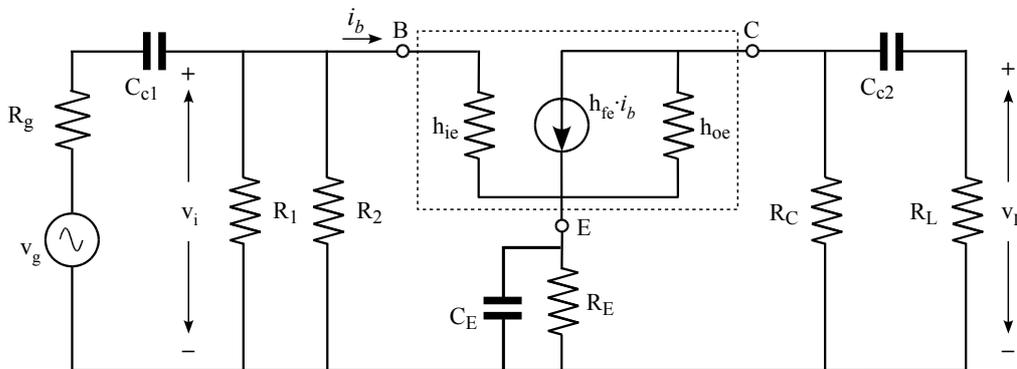


fig. 18

12.5.3 Circuito equivalente del amplificador para frecuencias medias

En las frecuencias medias se puede despreciar el efecto de todas las capacidades, de modo que el circuito equivalente resultante es el de la fig. 19.

La ganancia de tensión A_{v_m} y las impedancias de entrada Z_i y de salida Z_o están dadas por las ec. (50) a (52).

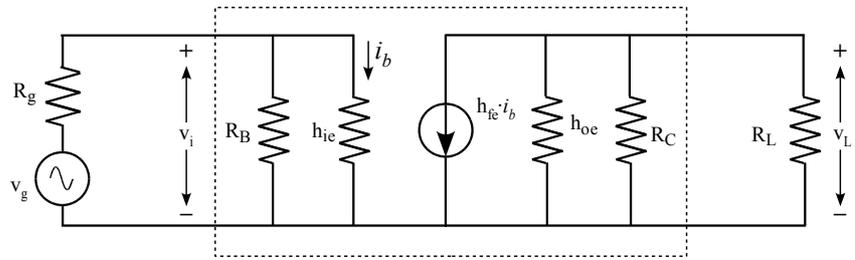


fig. 19

$$R_B = R_1 // R_2$$

$$A_{v_m} = \frac{v_L}{v_i} = \frac{-h_{fe}[(1/h_{oe}) // R_C // R_L]}{h_{ie}} \quad (50)$$

$$Z_i = R_B // h_{ie} \quad (51)$$

$$Z_o = (1/h_{oe}) // R_C \quad (52)$$

12.5.4 Circuito equivalente del amplificador para frecuencias bajas

En las frecuencias bajas es necesario considerar la reactancia de los capacitores de acople, ya que la misma aumenta al disminuir la frecuencia. Como veremos luego, el capacitor C_E se dimensiona de modo que su efecto sea despreciable dentro de la gama de frecuencias en que trabaja el amplificador, por lo que no aparece en el circuito equivalente para frecuencias bajas de la fig. 20.

De acuerdo a lo estudiado en el cap. 8, la ec. (53)

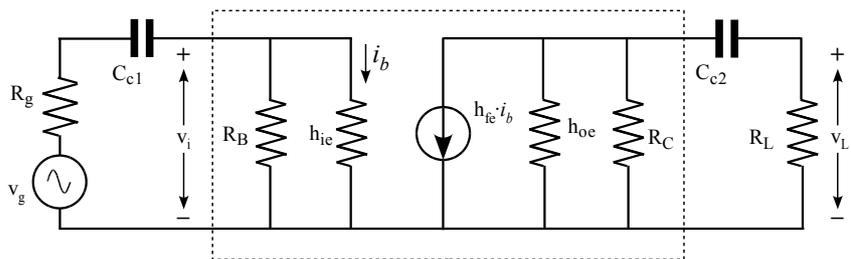


fig. 20

nos da la frecuencia de corte f_1 debida al efecto de C_{c2} sobre el circuito de salida. El cálculo del efecto de C_{c1} sobre el circuito de entrada es similar.

$$f_1 = \frac{1}{2\pi C_{c2} [(1/h_{oe}) // R_C + R_L]} \quad (53)$$

12.6 Amplificador con realimentación negativa por R_E

La ganancia de tensión A_{v_m} del amplificador de la fig. 13 se calcula mediante la ec. (50) y depende de los parámetros h . Los parámetros del transistor dependen de la temperatura, del punto de operación y varían incluso para los dispositivos del mismo tipo, por lo que es importante estabilizar la ganancia haciéndola prácticamente independiente de los parámetros h del transistor

En la fig. 21 tenemos un amplificador en emisor común en el cual se ha omitido el capacitor C_E , por lo que la resistencia R_E introduce una realimentación negativa de corriente en serie (o de tensión controlada por corriente). En la fig. 22 podemos ver el circuito equivalente general de este amplificador.

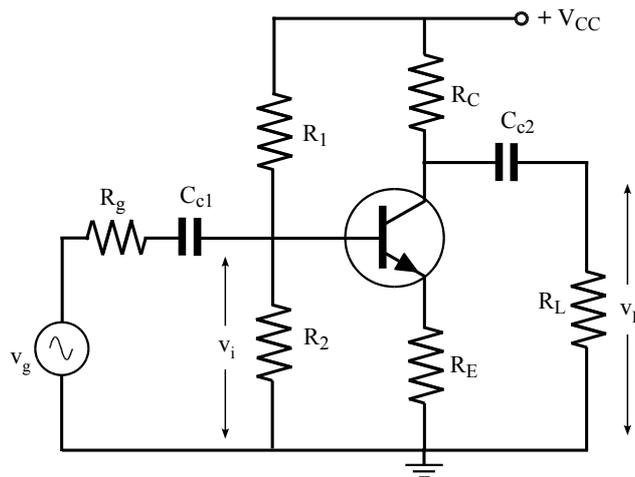
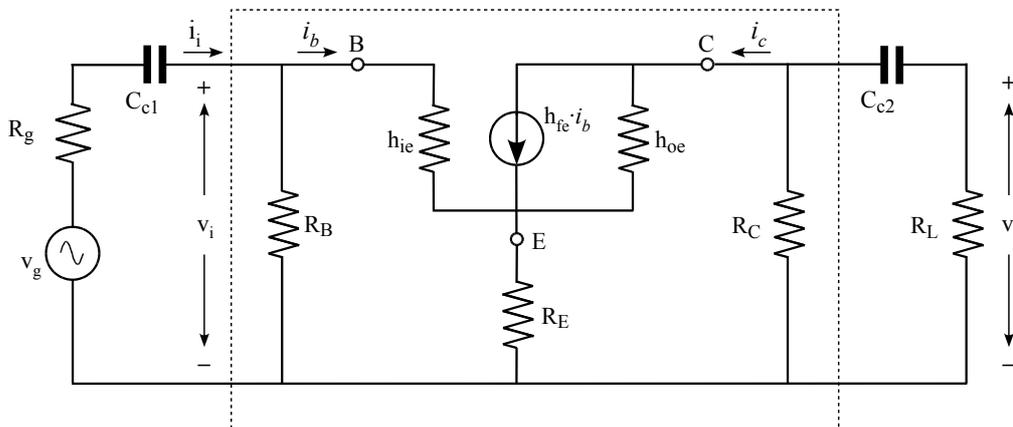


fig. 21



$$R_B = R_1 // R_2$$

fig. 22

Comenzaremos haciendo un análisis aproximado despreciando el efecto de h_{oe} y luego veremos bajo que condiciones el mismo es válido. Que h_{oe} sea despreciable equivale a decir que:

$$A_i = \frac{i_c}{i_b} = h_{fe}$$

Por lo que las tensiones de salida y de entrada serán entonces:

$$v_L = -i_c(R_C // R_L) = -i_b \cdot h_{fe}(R_C // R_L)$$

$$v_i = i_b \cdot h_{ie} + i_E \cdot R_E = i_b [h_{ie} + (h_{fe} + 1)R_E]$$

El cociente de ambas ecuaciones nos dará la ganancia de tensión con realimentación en frecuencias medias $A_{v_{fm}}$, ec. (54).

$$A_{v_{fm}} = \frac{v_L}{v_i} = \frac{-h_{fe}(R_C // R_L)}{h_{ie} + (h_{fe} + 1)R_E} \quad (54)$$

En la práctica, usualmente se cumple que $(h_{fe} + 1)R_E \gg h_{ie}$ y $h_{fe} \gg 1$ y en consecuencia la ganancia $A_{v_{fm}}$ se puede aproximar por la ec. (55), la cual no depende de los parámetros del transistor.

$$\Rightarrow A_{v_{fm}} = \frac{v_L}{v_i} \approx \frac{-R_C // R_L}{R_E} \quad (55)$$

La realimentación negativa ha estabilizado entonces la ganancia de tensión.

$$Z_i = \frac{v_i}{i_i} = R_B // [h_{ie} + (h_{fe} + 1)R_E] \quad (56)$$

Las impedancias de entrada Z_i y de

salida Z_o están dadas por las ec. (56) y (57):

$$Z_o \approx R_C \quad (57)$$

Validez de la aproximación: Aplicando las leyes de Kirchhoff al amplificador de la figura 22 tenemos que:

$$v_i = i_B \cdot h_{ie} + i_B \cdot R_E (1 + A_i)$$

$$v_{CE} = i_C (R_C // R_L) + i_C \cdot R_E (1 + \frac{1}{A_i})$$

A partir de estas dos ecuaciones podemos construir el circuito de la fig. 23, el cual es equivalente al amplificador de la fig. 22 en el sentido de que i_C e i_B son idénticas en ambos casos.

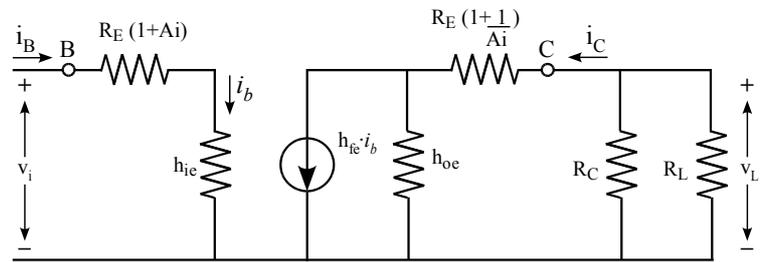


fig. 23

En el circuito de la fig. 23 calculamos i_C y despejamos el cociente i_C / i_B obteniendo así la solución exacta:

$$i_C = \frac{i_B \cdot h_{fe} (1/h_{oe})}{(1/h_{oe}) + (R_C // R_L) + R_E (1 + 1/A_i)}$$

$$A_i = \frac{i_C}{i_B} = \frac{h_{fe}}{1 + h_{oe} [(R_C // R_L) + R_E (1 + 1/A_i)]}$$

Sabemos que $A_i \approx h_{fe}$ y por ser $h_{fe} \gg 1$ podemos despreciar $1/A_i$ y aproximar:

$$A_i = \frac{i_C}{i_B} \approx \frac{h_{fe}}{1 + h_{oe} [(R_C // R_L) + R_E]}$$

Por lo tanto, la condición que deberá cumplirse para poder asumir que $A_i \approx h_{fe}$ será que:

$$h_{oe} [(R_C // R_L) + R_E] \ll 1 \quad (58)$$

12.6.1 Condensador de paso de emisor C_E

A veces, en el amplificador en emisor común toda o parte de la resistencia de emisor está en paralelo con un condensador C_E . En la fig. 24 se muestra el caso general, mientras que el amplificador de la fig. 13 es el caso particular en que $R_{E2} = 0 \Omega$. En la fig. 25 podemos ver el circuito equivalente general de este amplificador.

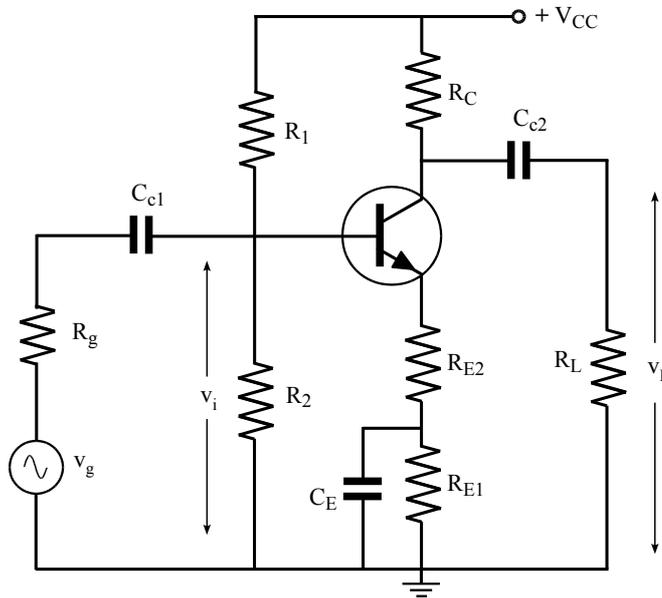


fig. 24

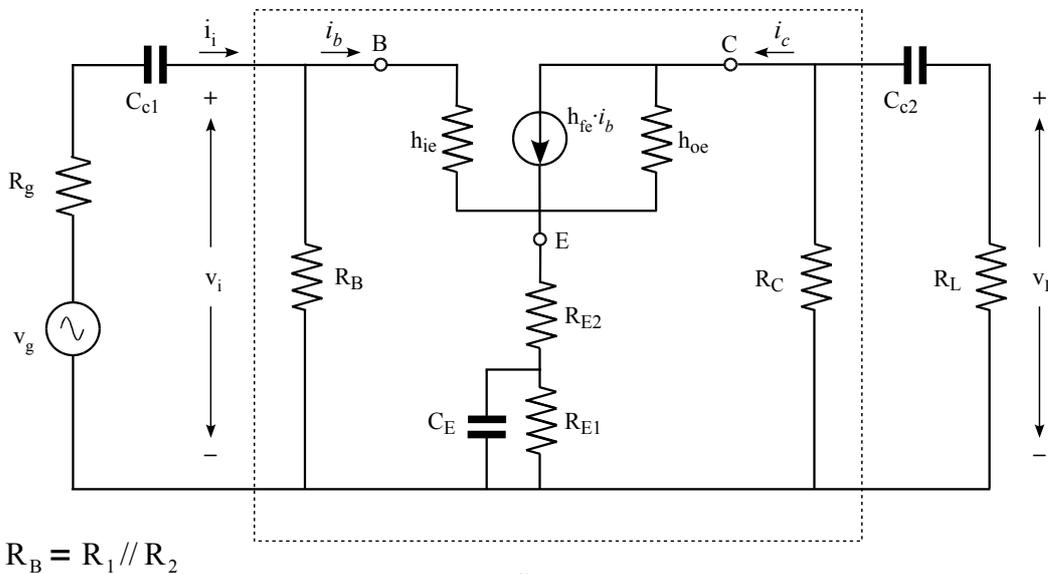


fig. 25

La función principal de R_{E1} es conseguir la estabilización del punto de operación, pudiendo ocurrir que su valor sea relativamente grande y que la realimentación negativa así introducida reduzca excesivamente la ganancia de tensión de la etapa. Para evitar esto, se la pone en cortocircuito para la gama de frecuencias de la señal a amplificar mediante el capacitor C_E . Si en el circuito no existe R_{E2} ,

la impedancia de entrada y la ganancia de la etapa dependen totalmente de los parámetros internos del transistor, los cuales como hemos visto pueden variar ampliamente. Cuando esto no es aceptable, se introduce mediante R_{E2} la cantidad de realimentación negativa que sea necesaria para obtener la ganancia de tensión requerida y además estabilizarla. Esto también elevará la impedancia de entrada aunque sin estabilizarla, pues la misma depende fuertemente de h_{fe} .

La impedancia Z_{E1} formada por el paralelo de R_{E1} y C_E , con $\omega_o = 1/C_E \cdot R_{E1}$, afectará la respuesta en baja frecuencia del amplificador. Buscaremos un criterio práctico para estimar el valor de C_E de modo que su efecto sea despreciable ¹.

A las frecuencias medias, el capacitor

C_E tendrá una reactancia despreciable y
$$Av_{fm} = \frac{v_L}{v_i} = \frac{-h_{fe}(R_C // R_L)}{h_{ie} + (h_{fe} + 1)R_{E2}} \quad (59)$$

entonces por la ec. (54) Av_{fm} será:

Por lo mismo, a las frecuencias

bajas y sin considerar el efecto de C_{c1} y C_{c2} , la ganancia Av_f sería:

$$Av_f = \frac{v_L}{v_i} = \frac{-h_{fe}(R_C // R_L)}{h_{ie} + (h_{fe} + 1)(R_{E2} + Z_{E1})} \quad (60)$$

Donde la impedancia Z_{E1} es el paralelo formado por R_{E1} y C_E

$$Z_{E1} = R_{E1} // -jX_{CE} = \frac{R_{E1}}{(1 + j\omega C_E R_{E1})} \quad (61)$$

Sustituimos la ec. (61) en la ec. (60) y luego operamos, obteniendo así la ec. (62), la cual expresa Av_f como

$$Av_f = \frac{-h_{fe}(R_C // R_L)}{h_{ie} + (h_{fe} + 1)R_{E2} + \frac{(h_{fe} + 1)R_{E1}}{(1 + j\omega C_E R_{E1})}} \Rightarrow$$

una función de ω

$$Av_f = \frac{-h_{fe}(R_C // R_L)(1 + j\omega C_E R_{E1})}{[h_{ie} + (h_{fe} + 1)R_{E2}](1 + j\omega C_E R_{E1}) + (h_{fe} + 1)R_{E1}} \quad (62)$$

Para una mayor claridad, re-escribimos la ec. (62) como:

$$Av_f = \frac{-h_{fe}(R_C // R_L)(1 + j\omega C_E R_{E1})}{R_i + j\omega C_E R_{E1} R_i + R'} \quad (63)$$

siendo: $R_i = h_{ie} + (h_{fe} + 1)R_{E2}$ y $R' = (h_{fe} + 1)R_{E1}$ (64)

Haciendo el cociente de la ec. (63) sobre la (59)

y simplificando porque

$1 \ll \omega \cdot C_E \cdot R_{E1} \quad \forall \omega > \omega_1$:

$$\frac{Av_f}{Av_{fm}} = \frac{1 + j\omega C_E R_{E1}}{1 + j\omega C_E R_{E1} + \frac{R'}{R_i}} \approx \frac{1}{1 + \frac{1 + R'/R_i}{j\omega C_E R_{E1}}} \quad (65)$$

¹ El lector encontrará en la bibliografía citada un estudio más profundo sobre el efecto del capacitor C_E y su interacción con los capacitores de acoplamiento

A la frecuencia de corte debida al efecto de C_E y a la cual llamaremos f_p , el módulo de la ganancia A_{v_f} será igual a $A_{v_{fm}}/\sqrt{2}$ y para ello la parte imaginaria del denominador de la ec. (65) deberá valer 1, despejando obtenemos la f_p debida al efecto de C_E , ec. (66)

$$a \quad f = f_p, \quad \left| \frac{A_{v_f}}{A_{v_{fm}}} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 1 + R'/R_i = \omega_p C_E R_{E1} \Rightarrow f_p = \frac{1 + R'/R_i}{2\pi C_E R_{E1}} \quad (66)$$

Para que el efecto de C_E sea despreciable, f_p deberá ser menor que la f_1 del filtro de entrada determinada por C_{c1} . Si tomamos $f_p = f_1/2$, podemos calcular la reducción de la ganancia a f_1 sustituyendo en la ec. (65):

$$\text{si } f_p = \frac{f_1}{2} \Rightarrow f_1 = 2 \cdot f_p = \frac{1 + R'/R_i}{\pi C_E R_{E1}} \Rightarrow \left| \frac{A_{v_f}}{A_{v_{fm}}} \right| = \left| \frac{1}{1 + \frac{1}{j2}} \right| = 0,89 = -1 \text{ dB}$$

Esta reducción de la ganancia de -1 dB puede ser aceptable en muchos casos. Si se desea que el efecto de C_E sea aún más pequeño, bastará con elegir una f_p más baja. Por ejemplo, si se escoge $f_p = f_1/4$:

$$\text{si } f_p = \frac{f_1}{4} \Rightarrow f_1 = 4 \cdot f_p = \frac{2(1 + R'/R_i)}{\pi C_E R_{E1}} \Rightarrow \left| \frac{A_{v_f}}{A_{v_{fm}}} \right| = \left| \frac{1}{1 + \frac{1}{j4}} \right| = 0,97 = -0,26 \text{ dB}$$

A partir de estas dos últimas ecuaciones, podemos determinar dentro de que gama de valores debería estar C_E :

$$\frac{1 + R'/R_i}{\pi f_1 R_{E1}} \leq C_E < \frac{2(1 + R'/R_i)}{\pi f_1 R_{E1}} \quad (67)$$

Las impedancias de entrada Z_i y de salida Z_o están dadas por las ec. (68) y (69):

$$Z_i = \frac{V_i}{I_i} = R_B // [h_{ie} + (h_{fe} + 1) R_{E2}] \quad (68)$$

$$Z_o \approx R_C \quad (69)$$

La frecuencia de corte f_1 debida al efecto de C_{c1} sobre el circuito de entrada estará dada por la ec. (70) y la f_1 debida al efecto de C_{c2} sobre el circuito de salida por la ec. (71).

$$f_1 = \frac{1}{2\pi C_{c1}(R_g + Z_i)} \quad (70)$$

$$f_1 = \frac{1}{2\pi C_{c2}(Z_o + R_L)} \quad (71)$$

Ejemplo

En el ejemplo del punto 12.4.2 calculamos la polarización de un amplificador como el de la fig. 13 obteniendo $R_C = 3,9\text{K}$, $R_E = 470\Omega$, $R_1 = 120\text{K}$ y $R_2 = 15\text{K}$. Además sabemos que $h_{ie} = 6\text{K}$, $h_{fe} = 330$, $h_{oe} = 30\mu\text{S}$, $R_L = 10\text{K}$ y $R_g = 600\Omega$. Modificarlo para que sea como el de la fig. 24 con $Av_{fm} = -15$ y $f_1 = 20\text{ Hz}$ (total).

i) En base a la ec. (55) calculamos el valor de R_{E2} para obtener la Av_{fm} pedida.

$$Av_{fm} = \frac{v_L}{v_i} \approx \frac{-R_C // R_L}{R_{E2}} \Rightarrow R_{E2} = \frac{-R_C // R_L}{Av_{fm}} = \frac{3,9\text{K} // 10\text{K}}{15} = 187\Omega \approx 180\Omega$$

ii) R_{E1} será la diferencia entre el valor de R_E necesario para la polarización y R_{E2}

$$R_{E1} = R_E - R_{E2} = 470\Omega - 180\Omega = 290\Omega \approx 270\Omega$$

iii) Los condensadores de acoplamiento forman parte de dos circuitos pasaltos conectados en cascada, por lo tanto debemos calcular cual deberá ser la frecuencia de corte f_1 de dichos filtros

para obtener una $f_1^{(n)} = 20\text{ Hz}$

$$f_1 = f_1^{(n)} \sqrt{2^{1/n} - 1} = 20\text{ Hz} \sqrt{2^{1/2} - 1} \approx 13\text{ Hz}$$

$$R_B = R_1 // R_2 = 120\text{K} // 15\text{K} = 13,33\text{ K}$$

$$Z_i = R_B // [h_{ie} + (h_{fe} + 1)R_{E2}] = 13,33\text{ K} // [6\text{K} + (330 + 1)180\Omega] = 11,08\text{ K}$$

$$C_{c1} = \frac{1}{2\pi f_1 (R_g + Z_i)} = \frac{1}{2\pi 13\text{Hz} (600\Omega + 11,1\text{ K})} = 1,046\mu\text{F} \approx 1\mu\text{F}$$

$$C_{c2} = \frac{1}{2\pi f_1 (R_C + R_L)} = \frac{1}{2\pi 13\text{Hz} (3,9\text{K} + 10\text{K})} = 880\text{ nF} \approx 1\mu\text{F}$$

$$R_i = h_{ie} + (h_{fe} + 1)R_{E2} = 6\text{K} + (330 + 1)180\Omega = 65,58\text{ K}$$

$$R' = (h_{fe} + 1)R_{E1} = (330 + 1)270\Omega = 89,37\text{ K}$$

$$C_E \geq \frac{1 + R'/R_i}{\pi f_1 R_{E1}} = \frac{1 + 89,37\text{K}/65,58\text{ K}}{\pi 13\text{Hz} \cdot 270\Omega} = 214\mu\text{F} \approx 220\mu\text{F}$$

Se deja de cargo del lector el verificar si se cumplen las condiciones necesarias que permiten aplicar las simplificaciones utilizadas.

12.7 Amplificador en colector común

En el circuito de la fig. 26, la señal de entrada v_i se aplica entre base y tierra y la señal de salida v_L se toma en bornes de la resistencia R_E entre emisor y tierra. Para las componentes de corriente alterna, el colector está al potencial de tierra y es por ello el terminal común entre la entrada y la salida.

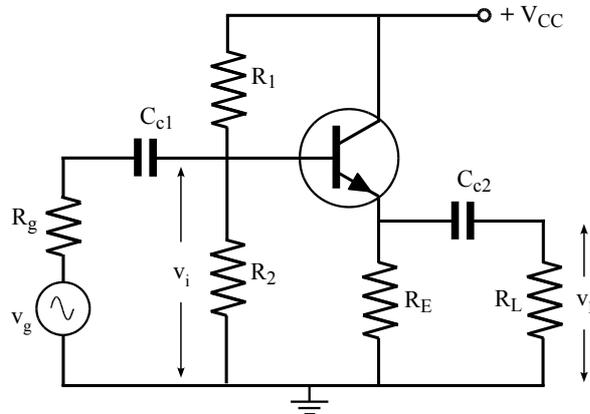


fig. 26

En la fig. 27 podemos ver el circuito equivalente para frecuencias medias, en el cual:

$$R_B = R_1 // R_2$$

Además, llamaremos R_P al paralelo de R_E y R_L .

$$R_P = R_E // R_L$$

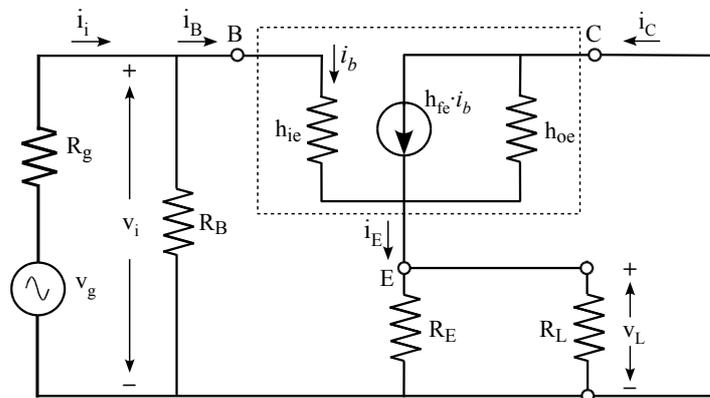


fig. 27

Aplicando la fórmula del divisor de corriente, el valor exacto de i_E es:

$$i_E = \frac{i_B(h_{fe} + 1) \cdot 1/h_{oe}}{R_P + 1/h_{oe}} = \frac{i_B(h_{fe} + 1)}{1 + R_P \cdot h_{oe}}$$

Como usualmente $R_P \cdot h_{oe} \ll 1$, la podemos aproximar por $i_E = i_B(h_{fe} + 1)$. Esto nos permite escribir las tensiones de entrada v_i y de salida v_L como:

$$v_i = i_B \cdot h_{ie} + i_E \cdot R_P \approx i_B [h_{ie} + (h_{fe} + 1) R_P]$$

$$v_L = i_E \cdot R_P \approx i_B (h_{fe} + 1) R_P$$

Haciendo el cociente, la ganancia de tensión en colector común estará dada por la ec. (72). Si se cumple que $(h_{fe} + 1)R_P \gg h_{ie}$, la A_v máxima teórica será 1.

Obsérvese que no hay defasaje entre v_L y v_i .

$$A_v = \frac{v_L}{v_i} = \frac{i_B(h_{fe} + 1)R_P}{i_B[h_{ie} + (h_{fe} + 1)R_P]} = \frac{(h_{fe} + 1)R_P}{h_{ie} + (h_{fe} + 1)R_P} \approx 1 \quad (72)$$

Por ambas razones, a este circuito también se lo llama *seguidor por emisor*.

La impedancia de entrada Z_i es relativamente alta y está dada por la ec.(73)

$$Z_i = \frac{v_i}{i_i} = R_B // [h_{ie} + (h_{fe} + 1)R_p] \quad (73)$$

Para hallar la impedancia interna de salida Z_o , desconectaremos la carga R_L y calcularemos la tensión de salida en circuito abierto v_{Loc} y la corriente de salida en cortocircuito i_{Lcc}

El cociente de ambos nos dará la Z_o buscada.

Primero hacemos el equivalente de Thévenin en la malla de entrada:

$$R_s = R_g // R_B$$

$$v_s = \frac{v_g \cdot R_B}{R_g + R_B}$$

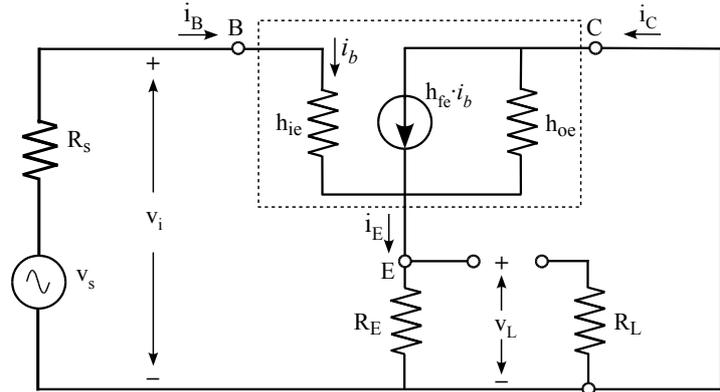


fig. 28

La tensión v_{Loc} será el producto de la v_i resultante del divisor de tensión presente a la entrada por la ganancia de tensión en circuito abierto Av_{oc} , la cual obtenemos mediante la ec. (72) para $R_L = \infty$.

$$v_{Loc} = v_i \cdot Av_{oc} = \frac{v_s [h_{ie} + (h_{fe} + 1)R_E]}{R_s + h_{ie} + (h_{fe} + 1)R_E} \cdot \frac{(h_{fe} + 1)R_E}{h_{ie} + (h_{fe} + 1)R_E} = \frac{v_s (h_{fe} + 1)R_E}{R_s + h_{ie} + (h_{fe} + 1)R_E}$$

En tanto que la corriente de salida en cortocircuito i_{Lcc} será:

$$i_{Lcc} = i_B (h_{fe} + 1) = \frac{v_s}{R_s + h_{ie}} \cdot (h_{fe} + 1)$$

Z_o será el cociente de estas dos últimas ecuaciones:

$$Z_o = \frac{v_{Loc}}{i_{Lcc}} = \frac{(h_{fe} + 1)R_E}{R_s + h_{ie} + (h_{fe} + 1)R_E} \cdot \frac{R_s + h_{ie}}{h_{fe} + 1} = \frac{R_s + h_{ie}}{h_{fe} + 1} // R_E$$

Sustituyendo $R_s = R_g // R_B$ obtenemos:

$$Z_o = \frac{h_{ie} + (R_g // R_B)}{h_{fe} + 1} // R_E \quad (74)$$

En este amplificador no hay ganancia de tensión pero, debido a la baja impedancia de salida, hay ganancia de potencia.

12.8 Amplificador en base común

En la fig. 29 vemos el modelo simplificado en emisor común del transistor bipolar, conectado ahora en la configuración de base común.

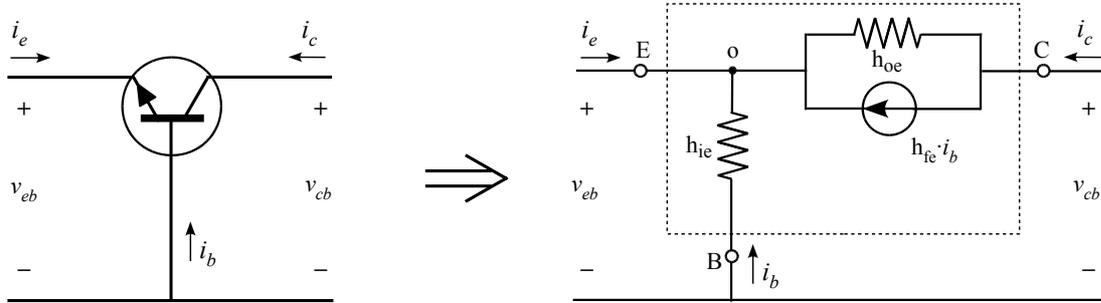


fig. 29

Buscaremos ahora transformar este modelo equivalente, dándole una forma más cómoda para el análisis de un amplificador. Para ello aplicaremos el TM de Thévenin entre los nodos o y C, fig. 30a.

$$\text{como } i_e + i_b + i_c = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{h_{fe} \cdot i_b}{h_{oe}} = \frac{-h_{fe} \cdot i_e}{h_{oe}} + \frac{-h_{fe} \cdot i_c}{h_{oe}}$$

Sustituimos el generador por los dos generadores equivalentes, fig. 30b. Como el generador $h_{fe} \cdot i_c / h_{oe}$ es atravesado por la corriente i_c , lo sustituimos por una impedancia sobre la que cae la misma tensión, fig. 30c. Sustituyendo esta rama en el circuito original, obtenemos la fig. 31.

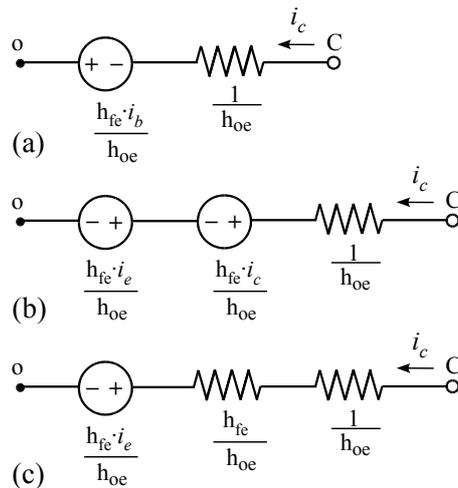


fig. 30

La impedancia de entrada del circuito de la fig. 31 es:

$$v_{eb} = -v_{be} = -i_b \cdot h_{ie}$$

$$i_e = -(i_b + i_c) \approx -(h_{fe} + 1)i_b$$

$$R_i = \frac{v_{eb}}{i_e} = \frac{h_{ie}}{(h_{fe} + 1)} \quad (75)$$

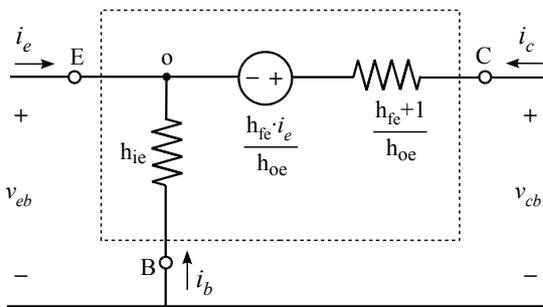


fig. 31

Planteamos ahora primero la suma de las tensiones en la malla de salida:

$$\frac{h_{fe} \cdot i_e}{h_{oe}} = -i_c \frac{h_{fe} + 1}{h_{oe}} + v_{cb} + i_b \cdot h_{ie}$$

Sustituimos luego

$$i_b = \frac{-i_e}{(h_{fe} + 1)} \Rightarrow h_{fe} \cdot i_e = -i_c (h_{fe} + 1) + v_{cb} \cdot h_{oe} - \frac{i_e}{h_{fe} + 1} h_{ie} \cdot h_{oe}$$

Operando y reordenando
$$i_c = -i_e \left(\frac{h_{fe}}{h_{fe} + 1} + \frac{h_{ie} \cdot h_{oe}}{(h_{fe} + 1)^2} \right) + v_{cb} \frac{h_{oe}}{h_{fe} + 1}$$

además
$$\alpha = \frac{h_{fe}}{h_{fe} + 1} \gg \frac{h_{ie} \cdot h_{oe}}{(h_{fe} + 1)^2} \Rightarrow i_c \approx -\alpha \cdot i_e + v_{cb} \frac{h_{oe}}{h_{fe} + 1} \quad (76)$$

Las ec. (75) y (76) permiten construir un circuito equivalente aproximado para el transistor bipolar en base común en frecuencias medias y bajas. La impedancia de entrada es mucho menor y la de salida mucho mayor que en emisor común.

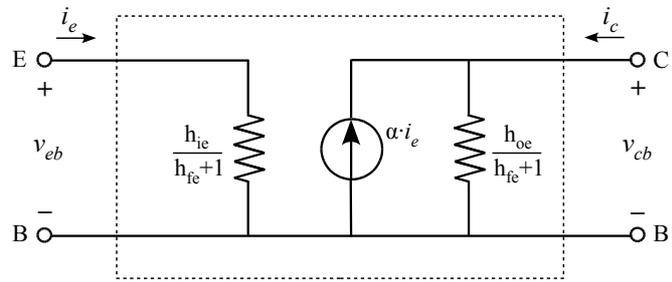


fig. 32

12.8.1 Amplificador práctico en base común

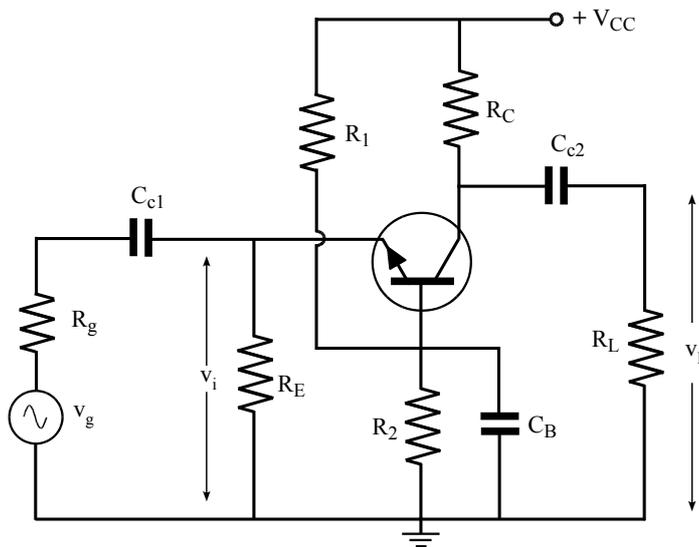


fig. 33

En el circuito de la fig. 33, para las frecuencias medias la base se encuentra conectada a tierra a través de C_B , tendremos entonces:

$$Z_i = \frac{h_{ie}}{h_{fe} + 1} // R_E \quad (77)$$

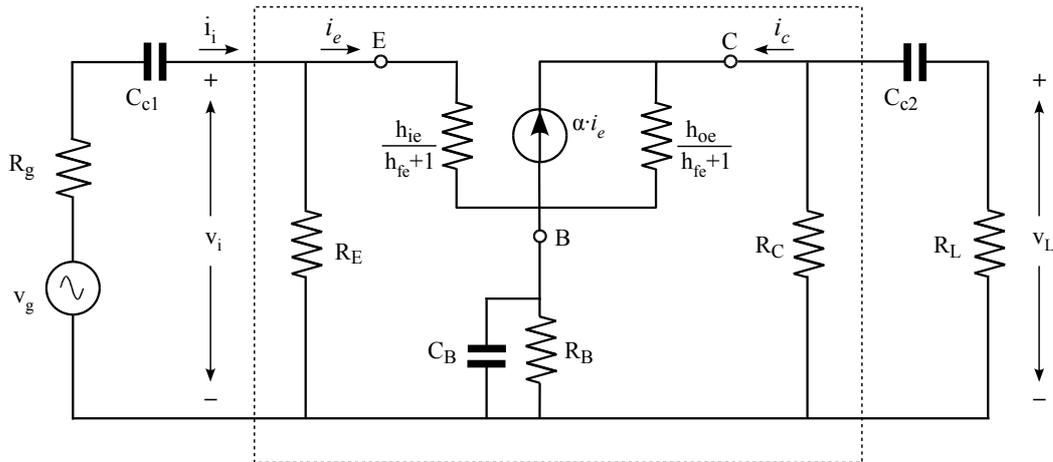
$$Z_o \approx R_C \quad (78)$$

$$v_i = i_E \frac{h_{ie}}{h_{fe} + 1}$$

$$v_L \approx i_E \frac{h_{fe}}{h_{fe} + 1} (R_C // R_L)$$

Obsérvese que no hay defasaje entre v_L y v_i

$$A_{V_m} = \frac{v_L}{v_i} \approx \frac{h_{fe} (R_C // R_L)}{h_{ie}} \quad (79)$$



$$R_B = R_1 // R_2$$

fig. 34

Cálculo del capacitor C_B

El método es similar al usado para el capacitor de emisor. Calculamos la ganancia de tensión a frecuencias bajas Av_b sin considerar el efecto de C_{c1} y C_{c2}

$$Av_b = \frac{v_L}{v_i} = \frac{h_{fe}(R_C // R_L)}{h_{ie} + Z_B}$$

$$\text{con } Z_B = R_B // -jX_{CB} = \frac{R_B}{(1 + j\omega C_B R_B)}$$

Z_B tendrá una

$$Av_b = \frac{h_{fe}(R_C // R_L)}{h_{ie} + \frac{R_B}{(1 + j\omega C_B R_B)}} = \frac{h_{fe}(R_C // R_L)(1 + j\omega C_B R_B)}{h_{ie}(1 + j\omega C_B R_B) + R_B} \quad (80)$$

$$\omega_o = 1/C_B \cdot R_B$$

Hacemos el cociente de

la ec. (80) sobre la (79) y simplificamos porque

$$\frac{Av_b}{Av_m} = \frac{1 + j\omega C_B R_B}{1 + j\omega C_B R_B + \frac{R_B}{h_{ie}}} \approx \frac{1}{1 + \frac{1 + R_B/h_{ie}}{j\omega C_B R_B}} \quad (81)$$

$$1 \ll \omega \cdot C_B \cdot R_B \quad \forall \omega > \omega_1$$

A la frecuencia de corte f_p debida a C_B , el módulo de Av_b será igual a $Av_m / \sqrt{2}$

$$\text{a } f=f_p, \quad \left| \frac{Av_b}{Av_m} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 1 + R_B/h_{ie} = \omega_p C_B R_B \Rightarrow f_p = \frac{1 + R_B/h_{ie}}{2\pi C_B R_B} \quad (82)$$

Para que el efecto de C_B sea despreciable, f_p deberá ser menor que la f_1 del amplificador determinada por C_{c1} y C_{c2} . Si tomamos $f_p = f_1/2$, la reducción de la

ganancia a f_1 será 0,89 o -1 dB y

si $f_p = f_1/4$ será 0,96 o -0,26 dB

$$\frac{1 + R_B/h_{ie}}{\pi f_1 R_B} \leq C_B < \frac{2(1 + R_B/h_{ie})}{\pi f_1 R_B} \quad (83)$$

12.9 El transistor en alta frecuencia

El modelo del transistor en base a los parámetros h representa a un dispositivo teórico que responde instantáneamente a las variaciones de la tensión o de la corriente de entrada, lo cual se puede suponer en audiofrecuencias. En realidad, la ganancia de corriente de un transistor disminuye cuando aumenta la frecuencia. Esta disminución obedece a que el mecanismo de transferencia de carga, la difusión a través de la base, toma un cierto tiempo. Con frecuencias muy altas, una fracción sustancial de los portadores de corriente emitidos hacia la base por el emisor no logran alcanzar el colector antes de que se invierta la polaridad de la señal aplicada. Se hace entonces necesario introducir un nuevo modelo denominado *modelo híbrido en Π o de Giacoletto*, fig. 35.

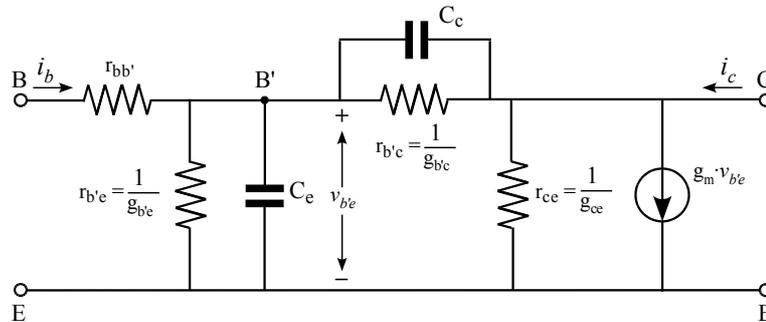


fig. 35

$r_{bb'}$ - Resistencia de dispersión de base, representa las pérdidas óhmicas entre el terminal externo de base y el nudo interno B', no accesible físicamente.

$g_m \cdot v_{b'e}$ - Para variaciones pequeñas de $v_{B'E}$, la concentración de portadores minoritarios en exceso inyectados en la base es proporcional a $v_{B'E}$ y por lo tanto también lo es la corriente de cortocircuito de colector en pequeña señal, siendo éste representado por dicho generador.

$g_{b'e}$ - Al aumentar los portadores minoritarios en la base, también aumenta la corriente de recombinación de base, efecto representado por esta conductancia.

C_e - Capacidad de difusión entre B' y E, aparece debido al almacenamiento de portadores minoritarios en exceso en la base.

$g_{b'c}$ - La variación de la tensión colector-base provoca una *modulación de la anchura de la base* (efecto Early), produciendo un cambio en la corriente de

emisor. Este efecto de realimentación se tiene en cuenta mediante $g_{b'c}$.

g_{ce} – Es la conductancia entre colector y emisor.

C_c – Es la capacidad de barrera de la unión de colector.

Veremos ahora que todos los componentes resistivos del modelo híbrido en Π de la fig. 35 se pueden determinar a partir de los parámetros h en emisor común. Este análisis se hace en baja frecuencia y por ello despreciamos C_e y C_c .

Transconductancia g_m

En la región activa, la corriente de colector estará dada por: $I_C = \alpha_o I_E + I_{CO}$
 donde α_o es el α en baja frecuencia.

La transconductancia g_m se define como:

$$g_m = \left. \frac{\partial I_C}{\partial V_{B'E}} \right|_{V_{CE}=k} = \alpha_o \frac{\partial I_E}{\partial V_{B'E}}$$

Para hallar la resistencia dinámica r_e del diodo de emisor, recordemos la fórmula para un diodo polarizado directamente.

El factor $\eta = 1$ y $V_T \approx 26$ mV a 300°K

$$r = \frac{\eta V_T}{I_D} \Rightarrow r_e = \frac{\partial V_{B'E}}{\partial I_E} = \frac{V_T}{I_E}$$

Sustituyendo, obtenemos:

$$g_m = \frac{\alpha_o}{r_e} = \frac{\alpha_o I_E}{V_T} = \frac{I_C - I_{CO}}{V_T} \Rightarrow g_m \approx \frac{|I_C|}{V_T} \quad (84)$$

Conductancia de entrada $g_{b'e}$

Como $r_{b'c} \gg r_{b'e}$, la corriente i_B circula por $r_{b'e}$ y por lo tanto $V_{B'E} \approx i_B \cdot r_{b'e}$

La corriente de colector en cortocircuito es:

$$i_C = g_m \cdot V_{B'E} \approx g_m \cdot i_B \cdot r_{b'e}$$

Usando los parámetros h , la ganancia de corriente en emisor común se define como:

$$h_{fe} = \left. \frac{i_C}{i_B} \right|_{V_{CE}=k} = g_m \cdot r_{b'e}$$

Ahora, despejando $r_{b'e}$ y sustituyendo la ec. (84):

$$\Rightarrow r_{b'e} = \frac{h_{fe}}{g_m} = \frac{h_{fe} \cdot V_T}{|I_C|} \quad (85)$$

Conductancia de realimentación $g_{b'c}$

Se define h_{re} como la ganancia inversa de tensión con la entrada en circuito abierto. Para $i_B = 0$ podemos escribir a partir de la fig. 35:

$$h_{re} = \frac{V_{B'E}}{V_{CE}} = \frac{r_{b'e}}{r_{b'e} + r_{b'c}} \Rightarrow r_{b'e}(1 - h_{re}) = h_{re} \cdot r_{b'c}$$

Por ser $h_{re} \ll 1$, se puede aproximar:

$$g_{b'c} = h_{re} \cdot g_{b'e} \quad (86)$$

Resistencia de dispersión de base $r_{bb'}$

Se define h_{ie} como la resistencia de entrada con la salida en cortocircuito.

En este caso, en la fig. 35 $r_{b'e}$ y $r_{b'c}$ están en paralelo, pero por la ec. (86) sabemos

que $r_{b'e} \ll r_{b'c}$, aproximamos entonces el paralelo como: $r_{b'e} // r_{b'c} \approx r_{b'e}$

Iguualamos entonces h_{ie} con la resis-

$$h_{ie} = r_{bb'} + r_{b'e} \Rightarrow r_{bb'} = h_{ie} - r_{b'e} \quad (87)$$

tencia de entrada, obteniendo así:

Conductancia de salida g_{ce}

Se define h_{oe} como la conductancia de salida

con la entrada en circuito abierto. Para $i_B = 0$:

$$i_C = \frac{v_{CE}}{r_{ce}} + \frac{v_{CE}}{r_{b'e} + r_{b'c}} + g_m \cdot v_{B'E}$$

Aplicando la definición de h_{oe} , sustituyendo

$v_{B'E} = h_{re} \cdot v_{CE}$ y como $r_{b'c} \gg r_{b'e}$, se obtiene:

$$h_{oe} \equiv \frac{i_C}{v_{CE}} = \frac{1}{r_{ce}} + \frac{1}{r_{b'c}} + g_m \cdot h_{re}$$

Sustituyendo g_m por la ec. (85), h_{re} por la

ec. (86) y escribiendo las conductancias:

$$\Rightarrow h_{oe} = g_{ce} + g_{b'c} + g_{b'e} \cdot h_{fe} \frac{g_{b'c}}{g_{b'e}}$$

Simplificando y reordenando los términos:

$$\Rightarrow g_{ce} = h_{oe} - g_{b'c} (h_{fe} + 1) \quad (88)$$

Simplificando $h_{fe} + 1 \approx h_{fe}$ y sustituyendo h_{fe} por la

$$g_{ce} \approx h_{oe} - g_m \cdot h_{re} \quad (89)$$

ec. (85) y $g_{b'c}$ por la ec. (86), finalmente obtenemos:

Capacidades del modelo híbrido en Π

La capacidad de la unión de colector C_c es la capacidad de salida en base común

medida con la entrada en circuito abierto ($I_E = 0$), los fabricantes la especifican

habitualmente como C_{ob} . La capacidad C_e representa principalmente la capa-

cidad de difusión de la unión de emisor, es directamente proporcional a la

corriente y prácticamente independiente de la temperatura.

Valores típicos

$$g_m = 50 \text{ mS}$$

$$r_{bb'} = 100 \text{ } \Omega$$

$$r_{b'e} = 1 \text{ K}$$

$$r_{b'c} = 4 \text{ M}$$

$$r_{ce} = 80 \text{ K}$$

$$C_c = 3 \text{ pF}$$

$$C_e = 100 \text{ pF}$$

Ganancia de corriente en cortocircuito en EC del modelo híbrido en Π

Supondremos que al transistor de la fig. 35 se le conecta una carga $R_L = 0 \Omega$ y analizaremos como varía la ganancia de corriente en cortocircuito en función de la frecuencia. En la fig. 36, vemos el circuito equivalente: g_{ce} ha desaparecido porque está en paralelo con un cortocircuito y hemos despreciado $g_{b'c}$ por ser $g_{b'c} \ll g_{b'e}$. Hemos despreciado además la corriente entregada directamente a la salida a través de $g_{b'c}$ y C_c .

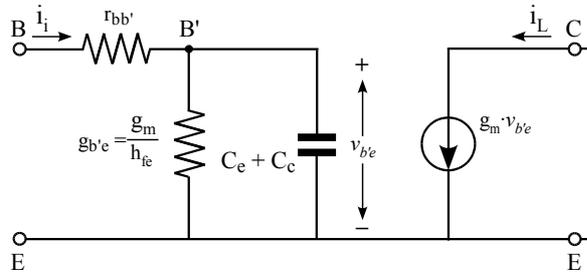


fig. 36

Una fuente de corriente suministra a la entrada una corriente

sinusoidal i_i , siendo la corriente de salida i_L :

$$i_L = g_m \cdot v_{B'E}$$

donde podemos expresar la tensión $v_{B'E}$ como:

$$v_{B'E} = \frac{i_i}{g_{b'e} + j\omega(C_e + C_c)}$$

La ganancia de corriente en cortocircuito A_i

en función de $j\omega$ es:

$$A_i(j\omega) = \frac{i_L}{i_i} = \frac{g_m}{g_{b'e} + j\omega(C_e + C_c)} = \frac{h_{fe}}{1 + \frac{j\omega(C_e + C_c)}{g_{b'e}}}$$

A cierta frecuencia a la cual llamaremos f_β , la

parte imaginaria del denominador valdrá 1, tendremos $g_{b'e} = 2\pi f_\beta (C_e + C_c)$

y $|A_i|$ caerá a un 70% de su valor máximo (-3 dB).

Despejando obtenemos el valor de f_β , ec. (90),

$$f_\beta = \frac{g_{b'e}}{2\pi(C_e + C_c)} \quad (90)$$

y sustituyéndolo expresamos $A_i(j\omega)$ como:

$$A_i(j\omega) = \frac{i_L}{i_i} = \frac{h_{fe}}{1 + j(f/f_\beta)} \quad (91)$$

El margen de frecuencias hasta f_β es el

ancho de banda del circuito.

Parámetro f_T

Se define f_T como *la frecuencia a la que el módulo de la ganancia de corriente en cortocircuito en emisor común vale la unidad.*

Si aplicamos esta definición a la ec. (91), vemos que cuando $f = f_T$ el módulo de A_i es:

$$|A_i| = \frac{h_{fe}}{\sqrt{1 + (f_T/f_\beta)^2}} = 1$$

Despejando y simplificando porque $h_{fe} \gg 1$ obtendremos

$$f_T \approx h_{fe} \cdot f_\beta \quad (92)$$

A partir de la ec. (92) podemos dar una segunda interpretación a este parámetro: Representa el *producto ganancia de corriente en cortocircuito-ancho de banda*. O sea, si dos transistores tienen igual f_T , el de menor h_{fe} tendrá un ancho de banda mayor.

También podemos relacionarlo con C_e : Sustituyendo la ec. (85) en la (90) podemos escribir una nueva expresión para f_β , la sustituimos en la ec. (92) y

aproximando por ser $C_e \gg C_c$:

$$f_\beta = \frac{1}{h_{fe}} \cdot \frac{g_m}{2\pi(C_e + C_c)} \Rightarrow f_T \approx \frac{g_m}{2\pi C_e} \quad (93)$$

Análisis con carga resistiva

Para simplificar el análisis es conveniente aplicar el teorema de Miller a la conductancia $g_{b'c}$ y a la capacidad C_c , obteniendo así el circuito de la fig. 37.

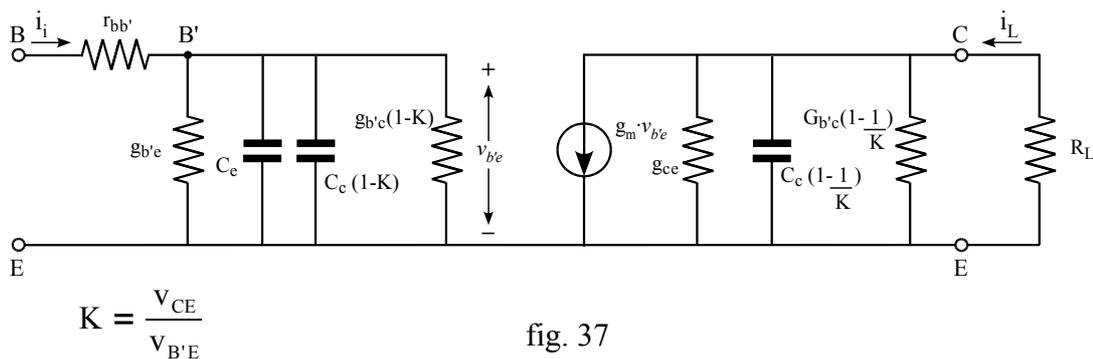


fig. 37

Este circuito tiene dos filtros pasabajos, uno en la entrada y otro en la salida. En la práctica, el efecto del filtro del circuito de salida es despreciable frente al de entrada. Al ser $K \approx A_v$ tendremos que $|K| \gg 1$, por lo que $g_{b'c}(1-1/K) \ll g_{ce}$, lo cual nos permite despreciarla. A su vez, en un amplificador de banda ancha R_L casi nunca es superior a unos pocos kilohms, lo cual permite despreciar g_{ce} frente a R_L . Si además se compara la f_2 del filtro de entrada con la del filtro de salida se encontrará que, para los valores típicos de los parámetros del circuito híbrido en Π y con una R_L de unos pocos kilohms, se puede despreciar la capacidad $C_c(1-1/K)$. Finalmente, para valores de $K \approx -100$ o menos veremos que $g_{b'c}(1-K) \ll g_{b'e}$, lo que nos permite despreciarla. Obtenemos así el circuito simplificado de la fig. 38.

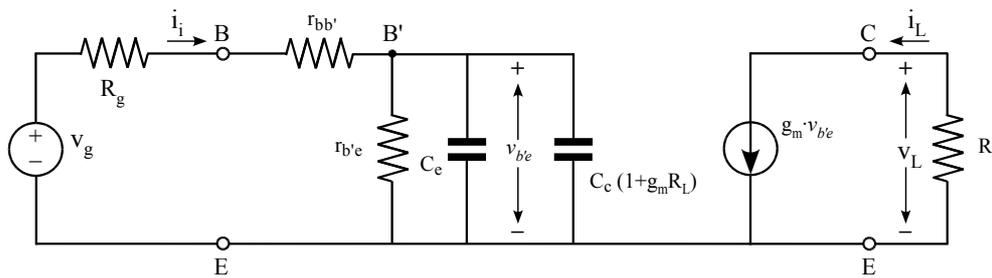


fig. 38

$$K = \frac{v_{CE}}{v_{B'E}} = -g_m R_L$$

Naturalmente, si el transistor es cargado con una Z_L altamente capacitiva, habrá que tener en cuenta esta capacidad.

Hasta ahora supusimos que i_i provenía de una fuente de corriente ideal. En cambio, el circuito de la fig. 38 es excitado por un generador con una impedancia interna R_g finita. La tensión presente en la salida es: $v_L = -g_m v_{B'E} R_L$

Para el cálculo de la ganancia de tensión total Av_T , se debe además tener en cuenta el divisor de tensión presente a la entrada. Simplificando mediante las ecuaciones (85) y

(87) obtenemos:
$$Av_T = \frac{v_L}{v_g} = \frac{v_L}{v_{B'E}} \frac{v_{B'E}}{v_g} = -g_m R_L \frac{r_{b'e}}{R_g + r_{bb'} + r_{b'e}} = \frac{-h_{fe} \cdot R_L}{R_g + h_{ie}} \quad (94)$$

La frecuencia de corte superior está determinada por el filtro en la entrada:

$$f_2 = \frac{1}{2\pi R_{eq} C_{eq}} \quad \text{con} \quad R_{eq} = \frac{r_{b'e}(r_{bb'} + R_g)}{R_g + r_{bb'} + r_{b'e}} \quad \text{y} \quad C_{eq} = C_e + C_c(1 + g_m R_L) \quad (95)$$

Podemos ver que al aumentar R_L aumenta la ganancia de tensión, pero al mismo tiempo disminuye la frecuencia de corte superior f_2 , puesto que C_{eq} es una función lineal de R_L .

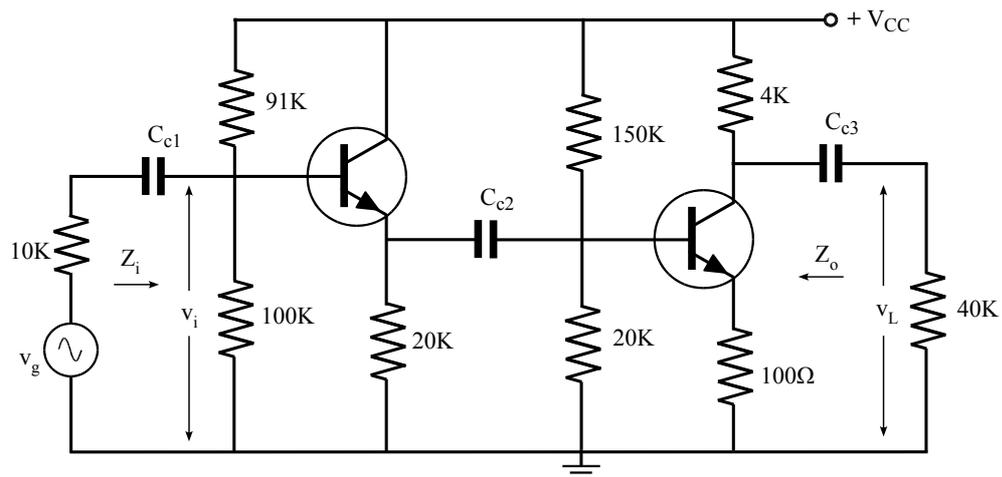
Bibliografía

Phillip Cutler, Análisis de Circuitos con Semiconductores
 Millman y Halkias, Dispositivos y Circuitos Electrónicos
 André Lantz, Amplificateurs fondamentaux et opérationnels
 Frederick E. Terman, Ingeniería Electrónica y de Radio

Problemas

- 1) En el amplificador de la fig. 13, $R_E = 510\Omega$, $R_C = 4,7K$, $R_g = 50\Omega$ y $R_L = 4,7K$
 $V_{CC} = 10\text{ V}$, $V_{R2} = 1,2\text{ V}$. El transistor es de silicio y $h_{ie} = 2,5K$, $h_{fe} = 100$,
 $h_{oe} = 0,025\text{ mS}$
- Hallar el punto Q, escribir las ecuaciones de ambas rectas de carga y trazarlas
 - Calcular R_1 y R_2
 - Dibujar el circuito equivalente de pequeña señal para frecuencias medias
 - Calcular A_{v_m} , Z_i , Z_o y $A_{v_{total}} = v_L / v_g$

2)



Para ambos transistores, $h_{ie} = 1,1K$, $h_{fe} = 50$ y $h_{oe} = 0,025\text{ mS}$

Calcular: i) $A_{v_m} = v_L / v_i$, Z_i y Z_o

ii) Si la f_1 total es 30 Hz, calcular C_{c1} , C_{c2} y C_{c3}

3) Transistor de Silicio

$h_{ie} = 3 \text{ K}$

$h_{fe} = h_{FE} = 200$

$I_{CQ} = 1,3 \text{ mA}$

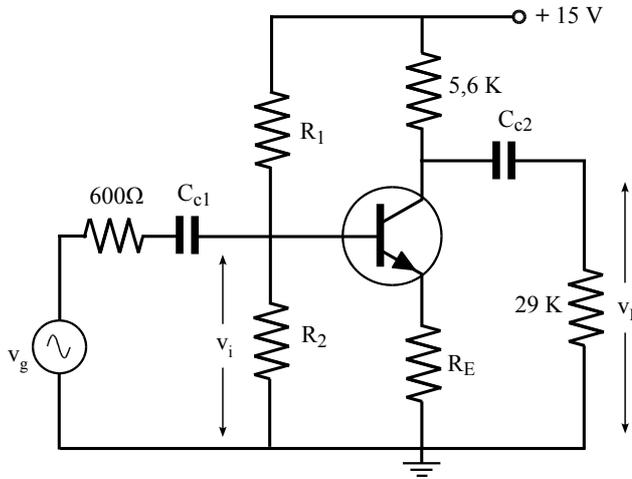
$A_{v_m} = v_L / v_i \approx -10$

$f_1 \text{ total} = 20 \text{ Hz}$

Hallar i) R_E , R_1 y R_2

ii) Z_i y Z_o

iii) C_{c1} y C_{c2}



4) Transistor de Silicio

$h_{ie} = 4,5 \text{ K}$

$h_{fe} = h_{FE} = 200$

$I_{CQ} = 5 \text{ mA}$

$V_{CEQ} = 4,5 \text{ V}$

$f_1 \text{ total} = 50 \text{ Hz}$

Hallar i) R_E , R_1 y R_2

ii) Z_i y Z_o

iii) C_{c1} y C_{c2}

